Diánoia, vol. 9, no. 9, 1963

SIMETRÍA, ASIMETRÍA Y ANTISIMETRÍA

La simetría existente en los objetos de la naturaleza ha servido al hombre, desde la más remota antigüedad, para concebir y elaborar a su vez objetos ordenados, bellos y armoniosos. Un motivo ornamental que se repite a distancias iguales, una sucesión de arcadas que varían regularmente, un águila heráldica de dos cabezas, el rosetón de una catedral gótica o los movimientos de una bailarina al ejecutar una danza, constituyen distintos ejemplos de la aplicación de la simetría en el arte. También en la ciencia ha resultado sumamente fecundo el concepto de simetría, tanto a través del estudio sistemático de sus características y de sus relaciones con otras propiedades de los objetos existentes, como en las múltiples aplicaciones que tiene en todas las disciplinas científicas, entre las cuales queda incluido su empleo reiterado para la formulación de nuevas hipótesis. En su significado más general, el concepto de simetría implica la noción de concordancia entre varias partes en su concurrencia para integrar un todo o, lo que es lo mismo, en la posible desintegración de un todo en partes concordantes. La simetría resulta entonces de la proporción o conmensurabilidad de los diversos elementos de un todo, incluyendo tanto los elementos que son semejantes como aquellos que son opuestos. Por lo tanto, un conjunto es simétrico cuando sus elementos se encuentran bellamente proporcionados o bien equilibrados. La belleza y la armonía están vinculadas estrechamente con la simetría, hasta el punto de que esta última representa la relación bella y armoniosa de cada parte con las otras y de las partes con el todo. Lo que es más, en cierto sentido, la simetría constituye una medida o una regulación de la belleza y la armonía. De aquí que el concepto de simetría sirva de base para la ordenación sistemática en el espacio, el tiempo y el movimiento, de la infinita variedad de formas que manifiestan los objetos existentes.

1. *Caracterización de la simetría*

En el dominio de la geometría, la relación de simetría nos muestra el orden en que están dispuestos los diversos elementos espaciales: puntos, líneas, figuras planas y cuerpos tridimensionales. La simetría más simple es la existente entre dos puntos, ya sea en relación con otro punto, con una recta o con un plano. Un punto cualquiera P_1 es simétrico de otro punto P_2, con respecto al punto C, cuando P_1 y P_2 equidistan de C y se encuentran alineados con dicho punto, que recibe el nombre de *centro de simetría.* Análogamente, un punto cualquiera Q_1 es simétrico de otro punto Q_2, con respecto a una recta, cuando Q_1 y Q_2 se encuentran sobre la misma perpendicular y equidistan de dicha recta, que constituye entonces un *eje de simetría.* Así-mismo, un punto cualquiera R_1 es simétrico de otro punto R_2, en relación con un plano, cuando R_1 y R_2 son equidistantes del plano y están colocados en la misma normal; en tal caso, tenemos un *plano de simetría*. Además, la simetría entre dos puntos —ya sea respecto a un centro, un eje o un plano— constituye una correspondencia recíproca y biunívoca; de tal manera que el punto P_2 es simétrico de P_1 con respecto al mismo centro de simetría, a la vez que P_1 es el único simétrico de P_2 y viceversa; y así sucede también entre los puntos que son simétricos en relación con un eje o un plano.

En el caso de una línea o una figura plana, tenemos que sus correspondientes simétricos con respecto a un centro de simetría son la línea o la figura plana constituida por el conjunto de los puntos simétricos respectivos. Las líneas y figuras planas simétricas son iguales entre sí y se pueden superponer coincidiendo en todos sus puntos. El punto que sirve como centro de simetría tiene la particularidad de coincidir con su simétrico; y lo mismo ocurre con las rectas y planos que pasan por el centro de simetría. En relación con un eje de simetría, coinciden con sus simétricos los puntos que forman dicho eje; y lo mismo sucede con la propia recta que sirve como eje, con las rectas perpendiculares a ella y con los planos que la contienen. Igualmente, con respecto a un plano de simetría, coinciden con sus simétricos los puntos que pertenecen a ese plano, lo mismo que las rectas contenidas en el propio plano, las rectas perpendiculares, el plano de simetría y los planos normales al mismo.

Entre un cuerpo tridimensional y su forma simétrica, constituida por el conjunto de puntos simétricos con respecto a un centro de simetría, lo que existe es justamente una relación de antisimetría. También entre una figura plana o un cuerpo tridimensional y la figura o forma constituida por el conjunto de puntos simétricos, en relación con un eje de simetría, resulta una correspondencia antisimétrica. De manera análoga, las parejas de figuras o formas constituidas por conjuntos de puntos respectivamente simétricos en relación con un plano de simetría, son siempre antisimétricas entre sí. En general, dos conjuntos de puntos simétricos respecto a un eje o un plano de simetría, son mutuamente antisimétricos. De este modo, a la vez que la antisimetría es la relación opuesta a la simetría, también es justamente un resultado de ella. Una pareja de líneas, figuras o formas antisimétricas está constituida por líneas, figuras o formas dispuestas inversamente; de tal manera que tienen todos sus puntos, ángulos, diedros y curvas iguales, pero exactamente de modo que están orientados a la inversa y, por ende, no se pueden superponer. Por lo demás, al igual que la simetría, la antisimetría es una relación recíproca y biunívoca.

En la matemática, una función de dos o más variables es denominada *función simétrica* cuando, al ser permutadas dichas variables en todas las formas posibles, la función no se altera. Análogamente, una línea, figura plana o forma tridimensional contiene un centro de simetría, cuando todos sus puntos se pueden permutar entre sí por sus correspondientes simétricos con respecto a dicho centro, sin que se altere la línea, figura o forma tridimensional. En tal caso, el centro de simetría coincide con el centro de figura. Si se trata de una línea, ésta queda dividida por su centro de simetría en dos partes que son respectivamente antisimétricas. De manera análoga, una línea, figura plana o forma tridimensional contiene un eje de simetría cuando todos sus puntos se pueden permutar por sus simétricos correspondientes en relación con dicho eje, sin que se altere la línea, figura o forma. Entonces el eje de simetría divide la línea o figura plana en dos partes respectivamente antisimétricas, que son enteramente equivalentes. Igualmente, una línea, figura plana o forma tridimensional tiene un plano de simetría, cuando todos sus puntos se pueden permutar por sus simétricos correspondientes con respecto a ese plano, sin que se altere la línea, figura o forma. En ese caso, el plano de simetría también divide la línea, figura o forma en dos partes que son respectivamente antisimétricas y, por lo tanto, equivalentes. Cuando una línea, figura o forma contiene un centro de simetría, también admite uno o más ejes de simetría que pasan por el centro, y uno o más planos de simetría que también concurren en dicho centro. Asimismo, cuando una línea, figura o forma admite un eje de simetría, también tiene uno o más planos de simetría que pasan por el eje. Recíprocamente, cuando una línea, figura o forma admite dos o más ejes de simetría, entonces la intersección de dichos ejes define un centro de simetría. Igualmente, cuando una línea, figura o forma admite dos o más planos de simetría, entonces la intersección de esos planos define un eje de simetría.

2. *Simetrías congruentes*

Las relaciones de simetría se pueden referir a los desplazamientos que son posibles en el caso de una figura cualquiera.[1] Los desplazamientos más simples son la translación, la rotación y la conjugación de una translación con una rotación. En los tres casos, la figura se sigue conservando idéntica a ella misma después de ser sometida a un desplazamiento. Por lo tanto, entre la posición ocupada originalmente por una figura y la posición que ocupa la misma figura después de un desplazamiento, existe completa congruencia; o sea, que es posible superponer por entero la figura en sus dos posiciones, coincidiendo en todos sus puntos. Por ejemplo, los dos calcetines de un mismo par son congruentes y, por ello, es posible poner indistintamente cualquiera de ellos en el pie izquierdo o en el derecho; en cambio, los dos zapatos de un par son incongruentes y, por lo tanto, no se pueden intercambiar de un pie al otro. En una translación, todos los puntos de la figura

[1] Véase nuestro ensayo "La categoría de movimiento", *Diánoia*, VIII, 1962, págs. 90-120.

describen segmentos de rectas paralelas, que son iguales y tienen el mismo sentido. Como ejemplo, una ventana de guillotina describe una translación al subir o bajar. En una rotación, todos los puntos de la figura describen arcos de círculo concéntricos, cuyos ángulos son iguales y en el mismo sentido. El volante de un motor en movimiento es un ejemplo de la rotación. En un movimiento helicoidal tenemos la conjugación de una translación con una rotación y, por consiguiente, la figura gira sobre un eje al mismo tiempo que se translada. El movimiento de la rueda de un automóvil es un ejemplo de esta conjugación, cuando la rotación y la translación ocurren en un mismo plano; mientras que la manera como subimos por una escalera de caracol ilustra bien lo que es un movimiento helicoidal en tres dimensiones o, lo que es lo mismo, en dos planos diferentes.

Una figura que admite un centro, un eje o un plano de simetría, es una figura simétrica. En el caso de que tenga un centro de simetría, la figura resulta ser completamente simétrica, de tal manera que no es posible distinguir ningún cambio cuando la figura varía de posición o de orientación. Entonces, entre la figura completamente simétrica y su transformada con respecto a un centro, un eje o un plano de simetría, existe una relación simétrica y, por lo tanto, congruente. En el caso de que admita un eje de simetría, la figura es cuasi-simétrica, de tal modo que es imposible distinguir los cambios de posición que experimenta la figura cuando se desplaza sobre un plano perpendicular al eje. Entonces, entre la figura cuasi-simétrica y su transformada con respecto a un centro, un eje o un plano de simetría, se tiene una transformación congruente y, por ello, simétrica. En el caso de que admita un plano de simetría, la figura es hemi-simétrica, de tal manera que el plano de simetría la divide en dos partes respectivamente antisimétricas. Entonces, entre la figura hemi-simétrica y su transformada con respecto a un centro, un eje o un plano de simetría, se tiene una transformación simétrica y, por ende, congruente.

3. *Simetrías de proporción*

La simetría de proporción es la existente entre dos figuras semejantes, en sentido geométrico. Por lo tanto, las figuras que guardan este tipo de simetría tienen la misma forma y únicamente difieren en sus dimensiones que, por eso mismo, son respectivamente proporcionales. Entonces la simétrica de una figura dada es, en este caso, otra figura que constituye simplemente una reducción o una ampliación de la primera. Como se trata de una transformación homotésica, tenemos que en las figuras proporcionales se conservan otras muchas de sus propiedades, como son los ángulos, las relaciones entre sus longitudes, los círculos, los ejes principales de una curva cónica y, en general, todas las invariantes homotésicas. Desde luego, todos los especímenes de una figura completamente simétrica guardan entre sí una simetría de proporción; como ocurre, por ejemplo, con todas las esferas, con las cinco clases de los poliedros regulares y, en el caso de las figuras planas, con todos los especímenes de cada polígono regular. Lo mismo sucede con las figuras cuasi-simétricas y con las hemi-simétricas. Y, en rigor, cualquier figura tiene siempre otras semejantes, no obstante lo irregular que pueda ser la primera.

La simetría de proporción puede estar conjugada con la translación. En el caso más general, las figuras proporcionales pueden estar colocadas sin guardar ningún otro orden, con tal que entre ellas se mantenga estrictamente la proporción de sus dimensiones; es decir, que las figuras pueden representar translaciones desordenadas, en cualquier dirección y sentido. También se pueden tener translaciones ordenadas en ciertas direcciones, con un aumento o una disminución persistente y proporcional de la figura o de la distancia. En tal caso, la simetría que se produce es la conjugación de una translación con una proporción. En rigor son posibles tres variantes: una translación uniforme, en la cual se mantenga la distancia entre las figuras, aumentando o disminuyendo las dimensiones de ellas; una translación en la cual aumenten o disminuyan proporcionalmente las distancias, manteniéndose iguales las figuras; o bien, una ampliación o reducción proporcional de las figuras, a la vez que un acortamiento o un alargamiento de las distancias.

La simetría de proporción puede estar asociada igualmente con una rotación. En ese caso tenemos implicados tres elementos, el radio de rotación, el ángulo de la misma y las dimensiones de la figura. Cuando estos tres elementos se mantienen constantes, tenemos puramente una simetría de rotación. En cambio, la variación de uno o más de dichos elementos produce otras siete alternativas, que son las siguientes: *a)* constancia de las dimensiones, en tanto que varían proporcionalmente el radio y el ángulo de rotación; *b)* constancia del radio de rotación, mientras se produce la variación proporcional del ángulo y de las dimensiones de la figura; *c)* constancia del ángulo de rotación, con variación proporcional de las dimensiones y del radio de giro; *d)* constancia del radio y del ángulo de rotación, conjugada con la variación proporcional de las dimensiones; *e)* constancia del radio y de las dimensiones, con variación del ángulo de rotación; *f)* constancia de las dimensiones y del ángulo, en combinación con la variación del radio de rotación; *g)* variación proporcional del radio, del ángulo y de las dimensiones de la figura.

La conjugación de la proporcionalidad con la simetría respecto a un eje, produce figuras antisimétricas semejantes. La proporcionalidad combinada con una transformación helicoidal produce un movimiento en espiral, de tal manera que en cada vuelta se amplía el radio y la figura, o bien, se reducen ambos. También admite 16 alternativas distintas, según que se mantengan constantes o varíen el radio de rotación, el ángulo, la distancia de translación de espira a espira y las dimensiones de la figura. La asociación de la proporcionalidad con la translación y con la simetría respecto a un eje tiene tres variantes, según que se mantenga constante la distancia de translación, que se conserven las dimensiones de la figura, o que varíen simultáneamente ambas. Por último, la combinación de la proporcionalidad con una rotación y con una transformación simétrica respecto a un eje, presenta ocho alternativas, de acuerdo con las variaciones aisladas o simultáneas del radio de rotación, del ángulo y de las dimensiones de la figura.

4. *Simetrías de involución*

La simetría de una figura con respecto a un plano produce una forma antisimétrica de ella, esto es, otra figura que es enteramente igual a la primera pero ordenada justamente a la inversa, de manera que no es posible superponer una con otra. El ejemplo que tenemos más cerca es nada menos que el de nuestras propias manos, la izquierda y la derecha, las cuales pueden ser idénticas en todo y por todo, salvo que son opuestas o inversas y, por ello, no es posible superponerlas. Cuando obtenemos la imagen de una mano izquierda sobre un espejo, observamos que se transforma en una mano derecha; y, viceversa, la imagen especular de una mano derecha es una mano izquierda. Lo mismo sucede con un paisaje reflejado en un lago tranquilo, o con la imagen de una mujer que se mira en el espejo. En general, toda figura reflejada en un espejo se convierte en una figura inversa. Por esto es que la transformación se denomina *reflexión especular,* y las dos figuras antisimétricas que la constituyen reciben el nombre de *figuras enantiomorfas.*[2] La propiedad fundamental de la simetría especular es que produce una figura opuesta en su orientación a la figura primitiva; y que, repetida una segunda vez, la reflexión permite obtener la figura original. En este sentido, la reflexión especular es una simetría de involución.

La simetría de una figura respecto a un punto también produce una forma antisimétrica de la primera que, por lo tanto, no es posible superponer con aquélla. En rigor, la inversión viene a ser el caso particular de una rotación de 180° —también llamada abatimiento—, combinada con una refle-

[2] Para obtener mayor información matemática, física y biológica sobre este tema y los que siguen, se pueden consultar las obras que se citan a continuación, las cuales sirvieron ampliamente de base al autor: P. Curie, *Oeuvres,* París, Gauthier-Villars, 1908; F. M. Jaeger, *Le principe de symétrie et ses applications,* París, Gauthier-Villars, 1925; A. Lautman, *Symétrie et dissymétrie,* París, Hermann, 1946; M. Moshinsky, "Simetría en la física", México, *Boletín de la Sociedad Mexicana de Física,* 1961, págs. 3-17; J. Nicolle, *La symétrie et ses applications,* París, Albin Michel, 1950; J. Nicolle, *La symétrie,* París, Presses Universitaires de France, 1957; H. Weyl, *Symmetry,* Princeton, Princeton University Press, 1952, K. L. Wolf y D. Kuhn, *Forma y simetría,* Buenos Aires, Eudeba, 1959.

xión especular en un plano perpendicular al eje de rotación. Una buena ilustración de la inversión la tenemos en la imagen que se forma en una placa fotográfica, cuando dicha imagen tiene las mismas dimensiones de la figura original; en caso contrario, existirá simultáneamente una reducción de la imagen y, por consiguiente, habrá además una simetría de proporción. Las dos figuras antisimétricas que constituyen una inversión, son recíprocamente enantiomorfas. Al igual que la reflexión especular, la inversión tiene la propiedad de producir una figura opuesta en su orientación de la figura primitiva; y, también, al repetirse por segunda vez la inversión, se vuelve a la figura original. Por lo tanto, la inversión es una simetría de involución. Además, la combinación de una reflexión especular con una inversión, o viceversa, produce una figura que es congruente con la original. Entonces tenemos que dos reflexiones especulares, lo mismo que dos inversiones o una reflexión especular conjugada con una inversión, producen figuras congruentes y, por ende, simétricas. De lo cual resulta que dos figuras antisimétricas tienen como síntesis precisamente una simetría; y que la reflexión especular y la inversión son simetrías involutivas, tanto en su repetición como en su conjugación.

5. *Elementos de simetría*

Los elementos de simetría de una figura quedan determinados por los puntos, ejes o planos con respecto a los cuales existen simetrías. En los polígonos regulares tenemos las siguientes clases y elementos de simetría. La identidad, en primer lugar, que es la representación invariante de un motivo sobre sí mismo.[3] Las rotaciones que se realizan alrededor del centro de figura del polígono y que, por lo tanto, permiten que la representación de un motivo en el polígono pueda hacerse $(n - 1)$ veces, siendo n el número de vértices del polígono. Además, existirán las rotaciones en torno al propio centro y cuyo orden sea el de los divisores del número de vértices.[4] La reflexión especular puede hacerse respecto a un plano paralelo al polígono, a través de dos vértices opuestos, a través de dos lados opuestos y a través de un vértice y el punto medio del lado opuesto. Finalmente, el abatimiento es posible alrededor de dos vértices opuestos, en torno a dos lados opuestos y respecto a un vértice y el punto medio del lado opuesto. Así, por ejemplo, el cuadrado tiene siete elementos de simetría, que son: la identidad; los dos ejes de rotación de orden 4 y 2; los dos planos de reflexión especular, a través de cada pareja de vértices opuestos; y los dos planos de reflexión especular que pasan por cada pareja de lados opuestos. Los elementos

[3] En realidad, toda figura de forma constante posee esta simetría de identidad, la cual puede describirse también como una rotación de 360° alrededor de un centro de identidad, que puede ser cualquier punto.

[4] Por ejemplo, en el pentadecágono tendremos rotaciones de orden: 1, 3, 5 y 15.

de simetría permiten disponer todas las reproducciones de un mismo motivo asimétrico, que son posibles en el polígono de que se trate. En el caso del cuadrado, son posibles 8 reproducciones de un motivo asimétrico. El número de clases de simetría que admite un polígono está determinado por el número de rotaciones —incluyendo entre ellas la identidad o rotación de 360°—, el número de reflexiones y el número de combinaciones de reflexiones y rotaciones que son posibles.[5]

Cuando un mismo motivo asimétrico es transladado en dos direcciones dentro de un mismo plano, éste queda cubierto con polígonos regulares sin dejar espacios libres. Esta translación es rigurosamente posible sólo cuando se trata de triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos, ya que entonces el ángulo de rotación es divisor de 360°. La distancia entre dos reproducciones consecutivas del motivo se denomina periodo. Considerando los centros de figura del motivo reproducido —o bien, cuando el motivo queda reducido a su más simple expresión, esto es, a un punto—, tenemos formada de esta manera una celosía o enrejado plano. Como es fácil advertir, en una celosía existen hasta cinco ejes de rotación, de orden 1, 2, 3, 4 y 6. El número de superposiciones posibles es infinito. Y el número de clases de simetría es de 17, en la familia completa de las celosías. Esto quiere decir que existen 17 posibilidades diferentes de simetría para un ornamento bidimensional. Y, efectivamente, entre los diseños decorativos de la Antigüedad, particularmente entre los ornamentos egipcios, ya se encuentran especímenes de estos 17 grupos de simetría.[6]

Cuando se trata de una figura tridimensional, entonces puede admitir ejes de simetría en más de dos direcciones no coplanares del espacio. El número de ejes de simetría estará determinado por el número de vértices y el número de caras del poliedro. En rigor, solamente existen seis poliedros regulares, a los cuales podemos agregar la esfera, como caso límite de poliedro con un número infinito de caras. En el caso de la esfera, no sólo el número de caras sino también el número de vértices es infinito y, en consecuencia, tiene una infinidad de ejes y de planos de simetría, los cuales pasan todos por el centro de figura que es, simultáneamente, su centro de simetría.

5 El número de rotaciones posibles está dado por el número de divisores que contiene el número n de vértices del polígono, que se representa por t_n. Entonces, en un polígono regular, el número de superposiciones posibles es $2n$, el número de elementos de simetría es: $n + t_n$; y el número de clases de simetría es: $2t_n + t_{n/2}$. Así, en el cuadrado, por ejemplo, tenemos que el número de superposiciones es: $2n = 2 \cdot 4 = 8$; el de elementos de simetría: $n + t_n = 4 + 3 = 7$; y el de clases de simetría: $2t_n + t_{n/2} = 2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$. En el pentágono, en cambio, el número de superposiciones es: $2n = 2 \cdot 5 = 10$; el de elementos de simetría: $n + t_n = 5 + 2 = 7$; y el de clases de simetría: $2t_n + t_{n/2} = 2 \cdot 2 + 0 = 4$.

6 No obstante, los medios matemáticos para formular rigurosamente este problema no fueron establecidos hasta el siglo XIX, con la noción de grupo de transformaciones; y la demostración de este teorema no fue hecha hasta 1924 por G. Pólya, "Über die Analogie der Kristallsymetrie in der Ebene", *Zeitschrift für Kristallographie*, 60, págs., 278-82.

de simetría permiten disponer todas las reproducciones de un mismo motivo asimétrico, que son posibles en el polígono de que se trate. En el caso del cuadrado, son posibles 8 reproducciones de un motivo asimétrico. El número de clases de simetría que admite un polígono está determinado por el número de rotaciones —incluyendo entre ellas la identidad o rotación de 360°—, el número de reflexiones y el número de combinaciones de reflexiones y rotaciones que son posibles.[5]

Cuando un mismo motivo asimétrico es transladado en dos direcciones dentro de un mismo plano, éste queda cubierto con polígonos regulares sin dejar espacios libres. Esta translación es rigurosamente posible sólo cuando se trata de triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos, ya que entonces el ángulo de rotación es divisor de 360°. La distancia entre dos reproducciones consecutivas del motivo se denomina periodo. Considerando los centros de figura del motivo reproducido —o bien, cuando el motivo queda reducido a su más simple expresión, esto es, a un punto—, tenemos formada de esta manera una celosía o enrejado plano. Como es fácil advertir, en una celosía existen hasta cinco ejes de rotación, de orden 1, 2, 3, 4 y 6. El número de superposiciones posibles es infinito. Y el número de clases de simetría es de 17, en la familia completa de las celosías. Esto quiere decir que existen 17 posibilidades diferentes de simetría para un ornamento bidimensional. Y, efectivamente, entre los diseños decorativos de la Antigüedad, particularmente entre los ornamentos egipcios, ya se encuentran especímenes de estos 17 grupos de simetría.[6]

Cuando se trata de una figura tridimensional, entonces puede admitir ejes de simetría en más de dos direcciones no coplanares del espacio. El número de ejes de simetría estará determinado por el número de vértices y el número de caras del poliedro. En rigor, solamente existen seis poliedros regulares, a los cuales podemos agregar la esfera, como caso límite de poliedro con un número infinito de caras. En el caso de la esfera, no sólo el número de caras sino también el número de vértices es infinito y, en consecuencia, tiene una infinidad de ejes y de planos de simetría, los cuales pasan todos por el centro de figura que es, simultáneamente, su centro de simetría.

[5] El número de rotaciones posibles está dado por el número de divisores que contiene el número n de vértices del polígono, que se representa por t_n. Entonces, en un polígono regular, el número de superposiciones posibles es $2n$, el número de elementos de simetría es: $n + t_n$; y el número de clases de simetría es: $2t_n + t_{n/2}$. Así, en el cuadrado, por ejemplo, tenemos que el número de superposiciones es: $2n = 2 \cdot 4 = 8$; el de elementos de simetría: $n + t_n = 4 + 3 = 7$; y el de clases de simetría: $2t_n + t_{n/2} = 2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$. En el pentágono, en cambio, el número de superposiciones es: $2n = 2 \cdot 5 = 10$; el de elementos de simetría: $n + t_n = 5 + 2 = 7$; y el de clases de simetría: $2t_n + t_{n/2} = 2 \cdot 2 + 0 = 4$.

[6] No obstante, los medios matemáticos para formular rigurosamente este problema no fueron establecidos hasta el siglo XIX, con la noción de grupo de transformaciones; y la demostración de este teorema no fue hecha hasta 1924 por G. Pólya, "Über die Analogie der Kristallsymetrie in der Ebene", *Zeitschrift für Kristallographie,* 60, págs., 278-82.

En el caso del tetraedro, es relativamente fácil advertir que su centro de figura no es centro de simetría;[7] y que tiene 4 vértices, 4 caras y 6 aristas, y admite 24 operaciones de superposición. El cubo tiene 8 vértices, 6 caras y 12 aristas; y admite 48 superposiciones. El octaedro tiene 6 vértices, 8 caras y 12 aristas; y en él son posibles también 48 superposiciones. El dodecaedro tiene 20 vértices, 12 caras y 30 aristas; y admite 120 operaciones de superposición. En fin, el icosaedro tiene 12 vértices, 20 caras y 30 aristas; admitiendo 120 superposiciones de un mismo motivo asimétrico. Es importante hacer notar que el cubo y el octaedro pertenecen al mismo tipo de simetría, ya que sus elementos de simetría son iguales o equivalentes. Es más, existe una correspondencia biunívoca entre sus vértices y sus caras, de modo que cada vértice de uno corresponde al centro de una cara en el otro, y viceversa; y, por lo tanto, el cubo se puede inscribir en el octaedro y, recíprocamente, el octaedro en el cubo. También el dodecaedro y el icosaedro pertenecen a un mismo tipo de simetría, porque entre ellos tenemos exactamente las mismas relaciones señaladas para el cubo y el octaedro.

Cuando se translada un motivo asimétrico en tres direcciones no coplanares, es posible cubrir completamente el espacio sin dejar intersticios. En rigor, esta translación solamente es viable hacerla con tetraedros, cubos y octaedros, ya que el ángulo de rotación es en ellos un divisor de 360°. Los ejes de rotación se pueden orientar en cualquiera de las tres direcciones espaciales, pero su orden sólo puede ser: 1, 2, 3, 4 y 6. Considerando los centros de figura de las reproducciones del motivo asimétrico —o bien, cuando el motivo se reduce simplemente a un punto—, tenemos formado de este modo un reticulado o enrejado tridimensional. En este caso el número de superposiciones del motivo asimétrico es infinito. Además, en la familia de los reticulados espaciales tenemos un total de 230 clases distintas de simetría. Sin embargo, los ornamentos que se utilizan en el arte son generalmente bidimensionales y, cuando se emplea la tercera dimensión, se trata de una proyección en profundidad que carece de estructuras simétricas.[8]

6. *Movimientos simétricos*

Las simetrías resultantes de los movimientos que se imparten a una figura cualquiera, pueden ser representadas valiéndose de una esfera. Cuando la hacemos girar en torno de su centro, sin limitar en sentido alguno su movimiento, obtenemos la simetría esférica, que es infinita y continua. Si restringimos el movimiento exclusivamente a los puntos singulares determinados por aquellas figuras planas regulares que se encuentren unidas entre

[7] En efecto, los ejes que pasan por el centro de figura unen, respectivamente, cada vértice con el centro de la cara opuesta.

[8] Sólo últimamente se viene haciendo uso de superficies topológicas con simetría tridimensional, en algunos diseños artísticos.

sí para formar un volumen cerrado, tendremos que sólo resultan posibles cinco casos de simetría, los cuales corresponden justamente a los poliedros regulares: el tetraedro, con sus cuatro triángulos; el hexaedro o cubo, con sus seis cuadrados; el octaedro, con sus ocho triángulos; el dodecaedro, con sus doce pentágonos; y el icosaedro, con sus veinte triángulos. Esta simetría poliédrica es, por lo tanto, finita y discreta. Cuando hacemos que la esfera gire alrededor de uno de sus ejes, obtenemos la simetría circular, que es continua e infinita. Refiriendo el movimiento a las rectas apoyadas en un solo punto de la circunferencia ecuatorial y unidas entre sí para formar figuras planas cerradas, resultan todos los polígonos regulares que, como se sabe, son posibles para cualquier número de lados. Entonces tenemos la simetría poligonal, que es infinita y discreta.

Cuando consideramos el plano ecuatorial de la esfera y dibujamos sobre el mismo una figura cualquiera, entonces al hacer girar dicho plano tendremos representadas todas las rotaciones que son posibles; y la simetría rotacional que así resulta es infinita y continua. También podemos hacer que el círculo se desplace con un movimiento rectilíneo en cualquier dirección y sentido, resultando de este modo la simetría de translación, que también es infinita y continua. De otra parte, si la esfera que venimos manejando tiene un radio suficientemente grande y en su zona ecuatorial tenemos grabada una figura convenientemente entintada, al hacer que la esfera gire sobre su eje rodando sobre un plano, obtendremos la reproducción impresa de la figura en una sucesión que podremos repetir indefinidamente.[9] De esta manera tenemos la simetría cilíndrica, que es discreta e infinita. Por último, si la esfera es transparente y dibujamos en su superficie una figura cualquiera, entonces al hacer girar la esfera un ángulo de 180°, veremos a través de ella la imagen refleja de la figura dibujada en el anverso de la superficie. Esta figura inversa será semejante a la que podemos obtener por medio de un espejo. Por consiguiente, la simetría resultante es la reflexión especular, que es discreta y finita.

7. *Ordenación en el espacio*

La ordenación de las partículas elementales en el interior del átomo sigue una simetría esférica, tal como se indica en el modelo de Bohr. Incluso considerando las trayectorias elípticas de los electrones exteriores al núcleo atómico, tenemos subclases de la familia de la simetría esférica. Análogamente, la ordenación de los átomos dentro de las moléculas sigue una simetría poliédrica, incluyendo en ella la simetría esférica. El modelo más general de una molécula es el de un átomo central, en torno al cual están

[9] En rigor, así estaremos utilizando sencillamente el antiquísimo procedimiento del sello cilíndrico.

colocados los otros átomos, formando un reticulado poliédrico. Lo que es más, en aquellas moléculas que constituyen la excepción a dicha estructura, se observa una tendencia acusada hacia la integración de un reticulado poliédrico.[10] La simetría se manifiesta todavía con mayor claridad cuando las moléculas se ordenan en estructuras mayores, en forma de cristales. En tal caso, la homogeneidad espacial permite la repetición de los motivos —en este caso, se trata de partículas compuestas de moléculas, iones o átomos— en la estructura del reticulado. Y por lo tanto, en principio, en los cristales son posibles las 230 ordenaciones simétricas que existen para los reticulados espaciales.

Consideremos ahora la integración de una celosía formada por círculos del mismo diámetro, distribuidos de la manera más densa posible. En cada una de las hileras de la celosía, los círculos están acomodados de manera que son tangentes entre sí y sus centros están alineados. Además, cada círculo está colocado entre los dos círculos contiguos de cada una de las dos hileras adyacentes. Entonces, es fácil observar que entre los centros de cada dos círculos adyacentes de una hilera y el centro del círculo colocado entre ellos y perteneciente a una hilera inmediata, se forma un triángulo equilátero. Ahora bien, cada círculo es tangente a los seis círculos que lo rodean, dejando solo pequeños huecos entre ellos. Por ello, las tangentes a cada círculo en los puntos de contacto con los seis círculos contiguos, forman un hexágono regular circunscrito a dicho círculo. Y, si sustituimos cada círculo por su correspondiente hexágono circunscrito, tendremos una configuración regular en forma de celosía hexagonal. Como es sabido, la celosía hexagonal constituye, para áreas iguales, la red de contornos de longitud mínima. Por eso no es de sorprender que una capa de burbujas de jabón de igual área, acomodada entre dos placas de vidrio, tome la forma de una celosía hexagonal. Esta configuración la encontramos en la naturaleza en una multitud de casos, lo mismo en el tejido parenquimoso del maíz, que en el pigmento de la retina de nuestros ojos, en la superficie de muchas diatomeas, en muchísimos otros tejidos naturales y artificiales, y en los panales de las abejas.

Pasemos ahora a examinar el problema de la distribución más densa posible de esferas en el espacio. La ordenación estará unívocamente determinada, con tal que los centros de las esferas formen un reticulado. Cuando hayamos logrado la distribución más densa posible, cada esfera será tangente a otras doce esferas, seis de ellas colocadas en un mismo plano, tres en el plano inmediato superior y otras tres en el plano inferior. Después, si so-

10 Así, por ejemplo, la molécula de amoniaco (NH_3), que tiene el átomo de nitrógeno en el centro y los tres átomos de hidrógeno como vértices exteriores, muestra la tendencia a completar un reticulado tetraédrico, mediante otro átomo de hidrógeno que quede colocado en el vértice que le falta.

metemos esta configuración reticular a una expansión uniforme, manteniendo fijos los centros de las esferas, y llegamos finalmente al límite representado por la imposibilidad de la interpenetración, resultará que las esferas se habrán transformado en dodecaedros romboidales, que llenarán todo el espacio.[11] Por otro parte, cuando truncamos los seis vértices de un octaedro siguiendo una simetría adecuada, obtenemos un poliedro limitado por 6 cuadrados y 8 hexágonos. Este tetradecaedro puede llenar completamente el espacio mediante translaciones convenientes, sin que haya superposiciones ni huecos, tal como es posible hacerlo con los dodecaedros romboidales. Kelvin encontró la manera de deformar las caras y curvar las aristas de este tetradecaedro, para lograr que cumpla la condición de área mínima. Procediendo de esa manera, la distribución del espacio en tetradecaedros iguales y paralelos representa una economía de superficie aún mayor que la obtenida con el dodecaedro romboidal de caras planas.

8. *Estructuras cristalinas*

Cuando ocurre que átomos iguales ejercen entre ellos fuerzas que hacen posible un estado definido de equilibrio para el conjunto atómico, resulta que los átomos en equilibrio se ordenan en un sistema regular como vértices de un reticulado. Así, la morfología de los cristales se explica en función de la dinámica atómica. La estructura de tipo reticular que tienen los cristales,[12] está constituida por la repetición periódica de tres translaciones que son linealmente independientes. El motivo que se repite en el reticulado de un cristal no es un punto geométrico, sino una partícula compuesta de uno o varios átomos, iones o moléculas. Las partículas de esta repetición triplemente periódica tienen la misma naturaleza química cuando el cristal es de una sustancia simple, y son de naturaleza diferente cuando se trata de una sustancia compuesta.[13] En el reticulado de un cristal las partículas están distribuidas regularmente a distancias iguales en cada hilera, ocupando los vértices de un número infinito de paralelepípedos contiguos, que reciben el nombre de mallas de dicho reticulado espacial simple.[14] Por otra parte, se ha demostrado que los ejes de simetría de un reticulado simple únicamente pueden ser de orden 2, 3, 4 y 6; y Bravais ha comprobado que sólo pueden existir 14 modos diferentes de reticulado simple.[15] Los poliedros que for-

[11] Debemos hacer notar que los dodecaedros así formados no son poliedros regulares, a diferencia de lo que sucede en el correlato bidimensional de este problema, en donde se obtienen hexágonos regulares.

[12] Esta estructura ha sido ampliamente confirmada por Von Laue, mediante las configuraciones de interferencia obtenidas con rayos *X* en los cristales.

[13] Pero es importante advertir que la molécula cristalina del motivo no siempre corresponde exactamente a la molécula química.

[14] La malla del reticulado se puede delimitar de tres maneras diferentes.

[15] Tales modos son: *a)* el paralelepípedo; *b)* el prisma cuadrangular recto; *c)* el prisma

man las estructuras de los cristales tienen una simetría discontinua,[16] de manera que solamente son posibles 32 clases de cristales, distribuidos en 7 sistemas.[17] Ahora bien, cada átomo del motivo forma por su repetición alguno de los 14 modos del reticulado simple. Pero, con todo, lo que constituye realmente el medio cristalino es la repetición del motivo compuesto. Entonces, el cristal es una conjugación de muchos reticulados simples, iguales y paralelos, que forman así un reticulado compuesto. En general, la simetría de un cristal corresponde a la simetría de la estructura atómica que lo constituye. Además, una de las propiedades más conspicuas de los cristales es su anisotropía, cuya manifestación principal es la formación de sus caras de acuerdo con ciertas orientaciones bien determinadas.[18]

Otra propiedad importante de los cristales es la de partirse siguiendo ciertos planos, a los cuales se les denomina planos de fisura.[19] En general, el plano de fisura más fácil de obtener corresponde a las caras de mayor densidad reticular. Esta propiedad es una consecuencia de la simetría del cristal y muestra claramente que la anisotropía del cristal es discontinua. Ahora bien, cuando se apoya un objeto con punta roma sobre un cristal se obtienen las llamadas figuras de presión, que son el resultado de las translaciones que se producen paralelamente a la cara en que se ejerce la presión.[20] La clase de simetría que ostentan estas figuras de presión es una característica de cada cristal. Análogamente, si apoyamos un objeto con punta aguda sobre un cristal, se practican hendeduras regulares, que dependerán de los diversos elementos de simetría del cristal de que se trate. Lo mismo ocurre cuando se hacen vibrar las placas de un cristal cubierto de arena, ya que entonces se observa la formación de ciertas figuras —de acuerdo con las líneas en que se acumula la arena— que son características de la simetría del cristal utilizado. La velocidad de formación o de disolución de un cristal es igual para las caras que son cristalográficamente equivalentes, por

rombal oblicuo; *d)* el prisma rectangular recto; *e)* el prisma rombal recto; *d)* el octaedro rombal recto; *g)* el octaedro recangular recto; *h)* el prismo cuadrangular recto; *i)* el octaedro cuadrangular recto; *j)* el prisma rombal recto con ángulos de 60°; *k)* el romboedro con ángulos cualesquiera; *l)* el cubo; *m)* el romboedro con ángulos iguales de 109°28'; y, *n)* el romboedro con ángulos iguales de 60°.

16 La ley de los índices racionales es la que determina esta discontinuidad de la simetría, ya que limita los ejes a los órdenes ya mencionados.

17 Tales sistemas son: el triclínico, el monoclínico, el ortorrómbico, el tetragonal, el hexagonal, el romboédrico y el cúbico.

18 Un medio es isótropo cuando las propiedades de cualquiera de sus elementos se conservan independientemente de los cambios de dirección; en caso contrario, el medio es anisótropo.

19 Así, la mica se puede separar fácilmente en láminas, la sal gema posee 3 planos de fisura que son respectivamente perpendiculares, y la blenda tiene 6 planos de fisura que son paralelos a las caras de un dodecaedro romboidal.

20 La translación es el deslizamiento sin deformación de las capas cristalinas, siguiendo una ley cualquiera; mientras que un deslizamiento propiamente dicho sigue una ley lineal y un parámetro determinado.

razones de simetría. Para que un cristal crezca, dando lugar a una serie de poliedros homotésicos, se requiere que las velocidades normales de crecimiento sean proporcionales a las distancias de las caras al centro de homotesia.[21] En fin, los cristales que sufren alguna mutilación se recuperan regularmente al encontrarse en solución, concentrando entonces todas sus fuerzas, por así decirlo, en el restablecimiento de la parte dañada.[22]

Si se hace pasar un haz de luz polarizada a través de una lámina cristalina cuyas caras sean paralelas al eje óptico, se puede observar que el plano de polarización de la luz gira un cierto ángulo en un sentido determinado. Como consecuencia, se dice que el cristal en cuestión es ópticamente activo.[23] El giro de la luz polarizada puede ser de izquierda a derecha, o en el sentido contrario, respecto al observador. En el primer caso se dice que la actividad óptica es positiva y el cristal es considerado derecho o dextrógiro; en el segundo caso, se dice que la actividad óptica es negativa y el cristal resulta ser izquierdo o levógiro. En cambio, un cristal que no ejerce acción sobre la luz polarizada se denomina ópticamente inactivo; y puede serlo por no tener efectivamente acción sobre la luz polarizada o por compensación, es decir, por la anulación de dos acciones rotatorias iguales en valor absoluto pero de signos contrarios.[24] Pues bien, un cristal ópticamente activo no puede tener centro de simetría, ni tampoco plano de simetría; sino que es enantiomorfo y, por ende, antisimétrico. Si tenemos una solución de una sustancia que sea ópticamente inactiva por compensación y la sometemos a un proceso de cristalización, entonces, de acuerdo con la simetría y conforme a las leyes de la probabilidad, podemos suponer que se producirán cantidades iguales, o casi iguales, de la forma levógira y de la dextrógira. Y así ocurre efectivamente en muchos casos. Sin embargo, la mayor parte de los compuestos del carbono existen en la naturaleza en una sola de las formas, ya sea la levógira o la dextrógira.[25] También la constitución química del organismo humano muestra esta asimetría; ya que, por ejemplo,

[21] Las caras que predominan en el crecimiento son aquellas que tienen menor velocidad; en cambio, en el decrecimiento predominan las caras que tienen mayor velocidad. En todo caso, la velocidad de crecimiento o de decrecimiento de una cara plana es mayor en la vecindad de una arista o un vértice de un poliedro convexo, y es menor en la vecindad de una arista o un vértice de un poliedro cóncavo.

[22] Este proceso es análogo al de cicatrización de los tejidos que ocurre en los organismos vivos.

[23] Este fenómeno está vinculado íntimamente a la simetría del cristal; y puede provenir de la molécula o del reticulado cristalino.

[24] Cuando un cristal isótropo —y, por lo tanto, inactivo respecto a la luz polarizada— es colocado en un campo magnético de cierta intensidad, adquiere actividad óptica; y el sentido en que hace girar la radiación luminosa es el mismo que tiene la corriente magnetizante.

[25] Como es tan bien sabido, fue Pasteur quien descubrió este importante hecho. En 1848, al recristalizar el ácido racémico que es ópticamente inactivo, logró producir el ácido tartárico dextrógiro que se presenta en la fermentación de la uva, y el ácido tartárico levógiro que sólo se forma artificialmente.

contiene la forma dextrógira de la glucosa y la levógira de la fructosa.[26] En todo caso, para su nutrición, el organismo convierte las sustancias ópticamente inactivas en la forma que resulta adecuada para su propia constitución química asimétrica.

9. *Simetría y conservación*

Como es sabido, fue Arquímedes quien llegó a la conclusión de que, en una balanza de brazos iguales, un peso colocado en uno de ellos es equilibrado por otro peso igual colocado en el otro brazo. En efecto, la configuración espacial de la balanza es simétrica respecto a su plano medio, por lo cual es imposible que los brazos se desnivelen cuando soportan pesos iguales. Análogamente, cuando tenemos dados que sean cubos perfectos y homogéneos, podemos estar seguros de que al arrojarlos observaremos cómo cada una de sus caras tiene exactamente la misma probabilidad de quedar hacia arriba; y dicha probabilidad es de $^1/_6$. Los anteriores son casos particulares de un principio general: si se cumplen ciertas condiciones que determinan unívocamente un efecto y tales condiciones tienen cierta simetría, entonces el efecto conservará la misma simetría. Por lo tanto, la simetría nos permite establecer por anticipado la tendencia hacia su conservación y, junto con ella, formular predicciones. Pero sin olvidar nunca que se tratará en todo caso de hipótesis y, en consecuencia, será indispensable comprobar luego esas predicciones mediante experimentos o, bien, utilizando leyes físicas que se encuentren basadas plenamente en la experimentación. En cierto modo, podemos decir que las hipótesis de la física tienen su origen en la simetría o en la asimetría.

La existencia de leyes de simetría —incluso en forma mucho más rica y variada que sus simples representaciones matemáticas— ha sido reconocida por experiencia desde tiempo atrás en la física, y las consecuencias que de ellas se desprenden han sido muy fructuosas para el avance de las investigaciones. Es más, en la mecánica clásica se descubrió ya que, en general, un principio de simetría indica la existencia de una ley de conservación.[27] Así, por ejemplo, la translación trae aparejada la homogeneidad espacial y la conservación de la cantidad de movimiento lineal; mientras que la rotación tiene como consecuencia la isotropía del espacio y la conservación de la cantidad de movimiento angular. Sin embargo, en la mecánica clásica no se advirtió realmente la enorme importancia que tiene la conexión entre la simetría y la invariancia de algunas leyes de la física. Con todo, fue justamente el descubrimiento de que no se cumple una de las

[26] Una tremenda consecuencia de esta asimetría es la enfermedad denominada fenilcetonuria, que provoca demencia y se contrae al ingerir una pequeña cantidad de fenilalanina levógira; mientras que la forma dextrógira de esta misma sustancia no causa ese efecto.

[27] Véase nuestro ensayo "La categoría de energía", *Diánoia*, V, 1959, Sec. 6, págs. 59-61.

invariancias clásicas —o sea, dicho de otro modo, el descubrimiento de una simetría más profunda que la aparente— lo que llevó al establecimiento de la física relativista. Como es sabido, las ecuaciones del movimiento de Newton son invariantes ante la translación, la rotación y la reflexión especular en el espacio, lo mismo que ante la translación y la inversión en el tiempo, y tampoco se alteran ante una transformación galileana; o sea, por el cambio de un sistema de referencia a otro que se mueva con velocidad uniforme respecto al primero. Debido a estas características del movimiento, el espacio es físicamente homogéneo, isótropo y reflexivo; lo cual significa que sus propiedades son las mismas en sentido derecho que en sentido izquierdo. A su vez, el tiempo es homogéneo y tiene las mismas propiedades en ambos sentidos.[28] Y, por otra parte, el espacio y el tiempo conjugados mantienen invariantes sus propiedades durante el movimiento. Estas leyes de la mecánica clásica han servido, y siguen sirviendo, para explicar una gran variedad de procesos físicos.

Ahora bien, cuando se desarrolló la teoría del electromagnetismo, se encontró que las ecuaciones del movimiento de los procesos que se propagan en forma ondulatoria no permanecen invariantes ante las transformaciones de Galileo. Más tarde se descubrió que las leyes electromagnéticas sí son invariantes ante otras transformaciones más complicadas, en las cuales interviene la velocidad de la luz —es decir, la velocidad máxima a que se transmite la energía—, que son las ecuaciones de Lorentz. La cuestión fue superada por Einstein quien, a través de un examen profundo de la simultaneidad, demostró que las transformaciones de Lorentz son las que representan fundamentalmente la simetría del movimiento en todas sus formas y planteó la necesidad de formular una nueva teoría de la mecánica, con leyes más generales que las clásicas. Sobre estas bases fue como se estableció la física relativista, con la cual se han podido explicar otros procesos que se encuentran fuera del alcance de la mecánica clásica. A la vez, con la teoría de la relatividad se puso de manifiesto también que las propiedades del tiempo están unidas de manera inextricable y recíproca a las propiedades del espacio y que, entonces, el espacio-tiempo resultante tiene las mismas características con respecto a todos los movimientos enlazados por las transformaciones lorentzianas. Por otra parte, para explicar los procesos atómicos se hizo necesario superar también la física clásica, pero en otro sentido diferente, estableciéndose así la mecánica cuántica.[29] Además,

28 En realidad, el tiempo tiene un sentido único que no se puede invertir. Lo que sí sucede es que la mayoría de los procesos físicos son reversibles y, por ello, pueden ocurrir tanto en un sentido como en el opuesto. Entonces, la simetría temporal se aplica al hecho de que en los procesos mutuamente reversibles se mantienen invariantes las leyes del movimiento y las propiedades dinámicas de los cuerpos.

29 Véanse nuestros ensayos: "La categoría de espacio en la física atómica", *Diánoia,* III, 1957, págs. 96-125; "El tiempo en la física atómica", *Diánoia,* IV, 1958, págs. 64-84; y "Causalidad y determinismo", *Diánoia,* VI, 1960, págs. 22-43.

ha sido con la mecánica cuántica como se ha llegado a reconocer claramente la importancia que tiene la simetría en sus relaciones con otras propiedades de los procesos físicos. Desde luego, debemos recordar que en la mecánica clásica son las simetrías continuas las únicas que están conectadas con leyes de conservación, cosa que no sucede con las simetrías discretas. En cambio, en la mecánica cuántica se supera esta distinción y por lo tanto toda simetría, ya sea continua o discontinua, se encuentra vinculada siempre con una ley de conservación.

10. *Procesos simétricos*

Las simetrías elementales del espacio son la homogeneidad, la isotropía y la reflexividad. Las del tiempo son la homogeneidad y la invariancia ante la inversión. La masa en su aspecto corpuscular no muestra una forma conspicua de simetría; pero en su aspecto de campo sí pone en evidencia su simetría de un modo activo. Los movimientos rectilíneos uniformes y los ondulatorios transversales tienen simetría translatoria. Los movimientos cíclicos muestran una simetría rotatoria. La balanza, el péndulo y las oscilaciones, lo mismo que el principio de acción y reacción, tienen simetría reflexiva especular. Las ondas esféricas, las oscilaciones amortiguadas y los espectros muestran simetría de extensión. Las figuras acústicas de Chladni y el perihelio de los planetas y los electrones, ponen de manifiesto distintas combinaciones de simetrías de superposición. Ahora bien, desde el punto de vista de la simetría, los movimientos rectilíneos simples pertenecen a las bandas isométricas infinitas. Cuando la trayectoria del movimiento se curva, resultan los movimientos rotatorios y la simetría pertenece a la clase de los cuerpos poligonales isométricos finitos. Los movimientos oscilatorios, cuya trayectoria oscila regularmente desde un punto en dos direcciones opuestas, presentan simetría reflexiva especular. Cuando se toman en cuenta los campos, los movimientos dejan de ser simples puesto que son perturbados de diversas maneras. Los campos mismos pueden ser homogéneos, esféricos y heterogéneos. Son homogéneos cuando presentan la simetría de los reticulados espaciales isométricos con translación en el espacio. Son esféricos cuando tienen la simetría de los cuerpos esféricos extendidos y sus subclases. Y son heterogéneos cuando son asimétricos. La asimetría es la base del principio del desorden. La intensidad del movimiento desordenado de los corpúsculos es una medida de la temperatura. Al aumento de entropía se opone la integración de los campos y corpúsculos en la simetría del nivel superior inmediato de la existencia.[30]

La simetría es también de la mayor importancia para la ordenación de los espectros atómicos y moleculares. Uno de los grandes triunfos de la me-

[30] Véase el ensayo "Causalidad y determinismo", Sec. 9, págs. 39-42.

cánica cuántica consistió en deducir la ley de Balmer del espectro del átomo de hidrógeno, y en mostrar cómo la constante característica que interviene en esa ley está relacionada con la carga y la masa del electrón y con la constante h de Planck. A partir de entonces, el desarrollo de la física cuántica se ha debido en mucho a la interpretación de los espectros; por ese camino fueron descubiertos algunos hechos nuevos de carácter decisivo, como el espín del electrón y el principio de exclusión de Pauli. En consecuencia, la simetría ha servido para dilucidar las propiedades generales de los átomos, a través de sus espectros. Ahora bien, en el interior del átomo existe una simetría doble. Por una parte, la invariancia respecto a la transición de un sistema de referencia a otro, pone al descubierto la simetría rotatoria del espacio y se expresa por el grupo de rotaciones geométricas alrededor del centro de simetría. Por otro lado, tenemos que todos los electrones son análogos, de tal manera que dos constelaciones de electrones, provenientes una de la otra por medio de una permutación arbitraria de los electrones, son indiscernibles.[31] Las permutaciones forman un grupo y, justamente, el segundo tipo de simetría interna del átomo se representa mediante este grupo de transformaciones. La mecánica cuántica expresa el estado de un sistema de partículas por medio de un vector en un espacio de muchas dimensiones. Dos estados que provienen uno de otro —ya sea por una rotación virtual del sistema de electrones o por una de sus permutaciones— están relacionados por medio de una transformación lineal asociada con esa rotación o esa permutación.

11. *Izquierda y derecha*

La antisimetría entre la izquierda y la derecha se muestra notablemente en las partes del cuerpo humano, lo mismo que entre nosotros mismos y nuestra imagen reflejada en un espejo. Del mismo modo, dos trompos que giran en sentidos opuestos son objetos con movimientos antisimétricos. Por analogía con nuestras manos, se considera a la rotación de la Tierra —con su eje orientado de Sur a Norte y su giro de Poniente a Oriente— como un movimiento hacia la izquierda; mientras que un movimiento en sentido contrario representa una rotación hacia la derecha. Así se establece una distinción y, a la vez, una equivalencia completa entre la izquierda y la derecha; aunque, por supuesto, la distinción es convencional en cuanto a la designación, ya que también se puede considerar como izquierda a lo que llamamos derecha. Con base en esta equivalencia se formuló el prin-

[31] Una permutación consiste en una reordenación de las coordenadas de las posiciones $P_1, P_2, P_3, \ldots P_n$ de los electrones, con respecto a un sistema de coordenadas cartesianas con origen en un punto cualquiera O. Así, por ejemplo, en el caso de los 5 electrones del átomo de carbono, las leyes permanecen invariantes cuando los puntos P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, son permutados por los P_3, P_5, P_2, P_1, P_4.

cipio general de que las leyes de la naturaleza no se alteran cuando se intercambia lo derecho y lo izquierdo; y, por ende, el descubrimiento de alguna cualidad en los objetos orientados hacia la derecha, o hacia la izquierda, permite anticipar la existencia de la misma cualidad en los objetos orientados en sentido opuesto. Ahora bien, la antisimetría observada realmente en la organización general y en el comportamiento de los objetos existentes no muestra esa equivalencia tan completa. Desde luego, el lado derecho del cuerpo humano no corresponde con exactitud al lado izquierdo, ni anatómica ni fisiológicamente. Y lo mismo ocurre con las simetrías bilaterales, cilíndricas y esféricas existentes en los otros organismos vivos, por más aproximadas que sean. También nos referimos ya al hecho de que en los organismos vivos predomina un sentido sobre el otro, tanto en la estructura de las sustancias que lo constituyen como en la de las que asimila. En consecuencia, se observa una diferencia intrínseca entre la izquierda y la derecha —entre lo diestro y lo siniestro—, por lo menos en lo que se refiere a la constitución química y biológica del mundo. No obstante, la asimetría relativa observada en la antisimetría de la izquierda y la derecha, ha sido atribuida a una asimetría accidental en el medio o en las condiciones en que surgió la vida. Y, manteniendo la equivalencia antisimétrica se considera que si, por ejemplo, existiese un hombre que fuese en todo y por todo tal como se mira nuestra imagen reflejada en un espejo —con sus órganos y funciones invertidos en comparación con los nuestros, constituido por moléculas estructuradas al revés de las nuestras y que se alimentara con sustancias inversas a las que nosotros ingerimos—, entonces ese hombre antisimétrico se comportaría biológicamente de un modo tan equivalente, que con seguridad nos consideraría como si fuésemos sus inversos. De acuerdo con esta interpretación es como se sostiene la antisimetría entre la izquierda y la derecha, incluso abarcando las divergencias asimétricas reconocidas.[32]

[32] De acuerdo con la geometría euclidiana, la estructura del espacio se describe mediante ciertas relaciones entre los puntos, como son la alineación, la pertenencia a un mismo plano, la congruencia y otras más. Por su parte, Helmholtz encontró la manera de describir esa estructura utilizando exclusivamente la noción de congruencia. Así, una aplicación S del espacio en sí mismo, asocia a cada punto p un punto p', de modo que: $p \rightarrow p'$. Se denomina pareja de aplicaciones biunívocas o de transformaciones a una pareja de aplicaciones S, S', tal que cada una de ellas es la inversa de la otra; entonces: $p \rightarrow p'$, $p' \rightarrow p$, o sea, que si S transforma al punto p en p', la aplicación S' lo hace volver a convertirse en p, y viceversa. Una transformación que mantenga invariante la estructura del espacio —es decir, que transforme figuras congruentes en figuras congruentes— recibe el nombre de automorfismo. Por lo tanto, un automorfismo transforma una figura en otra que es indiscernible de la primera, cuando se las considera separadamente. Al establecer que la izquierda y la derecha son indiscernibles, se está implicando el hecho de que la reflexión especular constituye un automorfismo.

12. *Asimetría y antisimetría*

Como ya lo expresamos antes, una función de dos o más variables se denomina función simétrica cuando es posible practicar en ella cualquier permutación entre las variables, sin que por eso se altere la función. Simbólicamente, la función simétrica se representa así: $xRy \rightarrow yRx$, lo cual significa que, si x es función de y, entonces y es función de x. En caso de que dicha implicación no se cumpla siempre —es decir, que xRy no traiga necesariamente aparejado el cumplimiento de la función yRx—, entonces se tendrá una asimetría entre ambas funciones. Por otra parte, cuando el cumplimiento de la función xRy excluye ineludiblemente el cumplimiento de la función opuesta yRx, se tiene el caso de la antisimetría. Esta distinción entre las funciones en simétricas, asimétricas y antisimétricas, se encuentra representada conspicuamente en la conmutabilidad o no-conmutabilidad de ciertas operaciones algebraicas. En efecto consideremos que (xy) representa una operación algebraica cualquiera entre dos variables x e y. Cuando se cumple: $(xy) = (yx)$, la operación es conmutativa y, a la vez, simétrica. En cambio, cuando se tiene: $(xy) \neq (yx)$, la operación es no-conmutativa y, por lo tanto, asimétrica. En el caso singular de que: $(xy) = -(yx)$, la operación no-conmutativa es antisimétrica. Este tipo de operación es el que ha resultado más fecundo en la matemática y, como es fácil advertir, se trata de una operación involutiva como todas las antisimetrías, ya que $(xy) = -(yx)$, implica siempre que: $(yx) = -(xy)$. Esta antisimetría expresa claramente la conjugación de simetría y asimetría que constituye el meollo del álgebra contemporánea.[33] También lo es del cálculo proposicional establecido por Boole,[34] que sirve de fundamento a la lógica matemática actual. Como es sabido, la consideración medular de dicho cálculo es la siguiente. El conjunto de proposiciones posibles se subdivide en dos subconjuntos S y S', que no tienen ningún elemento en común y son antisimétricos y mutuamente complementarios. Lo anterior significa que su producto lógico es nulo y su suma lógica es igual al conjunto total. Uno de los subconjuntos puede ser interpretado como el conjunto de las proposiciones verdaderas y el otro como el conjunto de las proposiciones falsas. El carácter involutivo de esta complementariedad antisimétrica se manifiesta en el hecho de que el complementario del complementario de S es igual a S. Por último, la antisimetría existente entre

[33] La teoría de los grupos de Lie se basa en la no-conmutabilidad del producto de dos operaciones infinitesimales del grupo. Asociando estrechamente esta teoría con la de las formas de Pfaff, integrada por expresiones de multiplicación antisimétrica, fue como Cartan puso al descubierto la profunda analogía que existe entre los espacios de Riemann generalizados que intervienen en las teorías fisicogeométricas de la relatividad y el espacio de los grupos de Lie.

[34] G. Boole, *The mathematical analysis of logic*, Londres, Macmillan, Barclay, and Macmillan, 1847.

los subconjuntos S y S' permite establecer también la complementariedad entre sus elementos, de tal manera que entre una función P de S y su correspondiente función antisimétrica P' de S', resulta que su suma lógica siempre es verdadera y su producto lógico siempre es falso.[35]

Volviendo al dominio de la geometría, recordemos que dos figuras antisimétricas son idénticas en todo y por todo, salvo que difieren en la orientación de sus elementos, que es mutuamente inversa. Para que esto ocurra es indispensable que cada una de las figuras presente aisladamente alguna asimetría interna, como lo es por ejemplo la carencia de un centro de simetría. Además, dos figuras antisimétricas siempre se pueden acoplar de tal manera que constituyan una figura enteramente simétrica; por consiguiente, las figuras antisimétricas son hemiédricas, ya que cada una de ellas representa la mitad de la figura resultante de su acoplamiento. Así, la antisimetría viene a ser una conjugación de simetría con asimetría. Ahora bien, esta conjugación antisimétrica constituye una condición necesaria para la existencia de todo proceso físico. En todo caso, la determinación de los elementos de simetría de un proceso físico se realiza de manera análoga a como se procede geométricamente, es decir, buscando el centro, los ejes y los planos de simetría interna que admita el proceso. Por otra parte, en cada proceso físico se puede llegar a una saturación de la simetría o, lo que es lo mismo, que siempre se tiene una simetría máxima que resulta compatible con la existencia de dicho proceso y que representa una de sus características peculiares. Entonces, un proceso físico solamente puede existir en un medio que posea su simetría característica o una simetría menor. Al mismo tiempo, tenemos que la falta de algún elemento de simetría —ya sea un centro, un eje o un plano— es lo que constituye justamente un elemento de asimetría. Por lo tanto, con un proceso determinado pueden coexistir ciertos elementos de simetría, pero sin que sean necesarios. Lo cual, dicho de otra manera, significa que lo indispensable es la existencia de algunos elementos de asimetría. Porque, en último término, es la asimetría la que hace surgir los procesos y mantiene su existencia.[36] Así, por ejemplo, la presencia de un campo eléctrico es incompatible con la existencia de un centro de simetría y de un plano de simetría normal al eje del campo; y la presencia de un campo magnético excluye la existencia de planos de simetría que pasen por el eje de dicho campo. La asimetría intrínseca de los procesos físicos implica entonces la existencia de una simetría relativa, ésto es, la

[35] Tomando como base los trabajos de Dedekind, un grupo de matemáticos contemporáneos entre los cuales se encuentran Birkhoff, von Neumann, Glivenko y Ore, ha formulado una teoría general de las estructuras que incluye la teoría de los conjuntos, la teoría de los números, la geometría proyectiva, la topología combinatoria, el cálculo de las probabilidades, la lógica matemática, la teoría de los espacios funcionales y otras más. Véase V. Glivenko, *Théorie générale des structures,* París, Hermann, 1938.

[36] P. Curie, *Oeuvres,* pág. 126.

presencia de ciertos elementos de simetría conjuntamente con la ausencia ineludible de otros elementos.

13. *Simetría y paridad*

Como hasta hace muy poco tiempo no se conocía en la física ninguna diferencia entre el comportamiento de los procesos izquierdos y el de los derechos, se aceptaba la simetría bilateral sin restricción alguna. En particular, en la física atómica la simetría derecha-izquierda representada por la invariancia a la reflexión de las fuerzas electromagnéticas en las partículas elementales, tuvo como consecuencia el establecimiento de la ley de conservación de la paridad. El descubrimiento de esta ley fue hecho por Laporte en 1924, al encontrar que los niveles de energía en los átomos complejos pueden ser clasificados en pares e impares y que, además, en aquellas transiciones durante las cuales es emitido o absorbido un fotón, el nivel siempre cambia de par a impar, o viceversa.[37] Esta paridad o imparidad de los niveles recibió el nombre genérico de paridad, denotándose los niveles pares por la paridad $+1$ y los niveles impares por la paridad -1. La regla de Laporte establece que en una transición atómica en que hay emisión de un fotón, la paridad del estado inicial es igual a la paridad total del estado final, o sea, al producto de las paridades del estado atómico final y del fotón emitido, el cual tiene una paridad impar. En otras palabras, durante la transición la paridad se conserva o permanece inalterada. En 1927, Wigner comprobó que la regla empírica de Laporte es una consecuencia de la invariancia ante la reflexión —la simetría izquierda-derecha— de las fuerzas electromagnéticas del átomo.[38]

La noción de la simetría izquierda-derecha se extendió luego a los otros campos de la física cuántica, a medida que su dominio se fue ampliando a las reacciones nucleares, las desintegraciones de partículas elementales, las interacciones mesónicas y las fuerzas que dan origen a la producción de las partículas más pesadas o hiperones. De este modo, en el dominio atómico la conservación de la paridad adquirió tanta importancia como la que tiene la conservación de las propiedades del espacio-tiempo en la teoría de la relatividad. Por consiguiente, la invariancia ante la reflexión y la conservación de la paridad resultan ser fundamentales en la teoría de los procesos atómicos. Utilizando un lenguaje figurado, podemos decir que las partículas elementales giran como esferas pequeñísimas, unas en un sentido y las otras en el opuesto.[39] Pues bien, de acuerdo con el principio de paridad, las par-

[37] O. Laporte, *Zeitschrift für Physik, 23,* 1924, pág. 135.

[38] E. P. Wigner, *Proc. Am. Phil. Soc., 43,* 1927, pág. 624.

[39] Por cierto que esta rotación a diestra y siniestra indica que en las partículas elementales se mantiene la simetría cilíndrica, pero se pierde la simetría esférica debido a que su movimiento es alrededor de un eje.

tículas que tienen movimientos opuestos se comportan de manera enteramente equivalente y tienen las mismas propiedades en forma correspondientemente inversa. Los respectivos niveles de energía de las partículas son entonces pares e impares. Cuando ocurre alguna transición de un nivel a otro dentro del átomo, como ya lo dijimos, se conserva la paridad. Asimismo, la transmutación de una partícula en otros corpúsculos igualmente elementales, es equivalente a la transmutación de su correspondiente antipartícula; por lo cual las partículas resultantes de la transmutación son izquierdas y derechas —pares e impares— en la misma proporción. Y, por todo esto, se consideraba que la diestra y la siniestra se mantenían indiscernibles en el nivel más profundo de la existencia.

Sin embargo, en el campo de las interacciones débiles y, particularmente, en el caso de las transmutaciones entre el mesón *kappa* positivo y los mesones *pi*, se fueron acumulando varios indicios que acabaron por hacer surgir la posibilidad de que hubiese procesos atómicos cuyas leyes no fueran invariantes ante la reflexión, con la consiguiente violación de la ley de la paridad. En esta situación, los físicos chinos Lee Tsung-dao y Yan Chenning se propusieron resolver la cuestión, planteando la necesidad de realizar un experimento decisivo, basado en la construcción de dos dispositivos que fuesen mutuamente inversos; ya que, si en tales condiciones no se obtenían resultados equivalentes, se tendría una prueba inequívoca de que la simetría izquierda-derecha no se cumple.[40] El experimento fue ejecutado, después de vencer graves dificultades, bajo la dirección de la física china Wu Chienshiung,[41] utilizando núcleos radiactivos de cobalto, en su variedad isotópica de peso atómico 60. En este experimento se encontró una notable diferencia en los procesos de desintegración que ocurren en los dos aparatos inversos, con una marcada preferencia por la orientación opuesta de los electrones resultantes. Como consecuencia, se tuvo la prueba de que estos procesos no son invariantes ante la reflexión espacial y de que, por lo tanto, en ellos no se conserva la paridad. En ese mismo experimento se comprobó igualmente que la invariancia ante la conjugación de la carga tampoco se cumple, tal como se puso de manifiesto por el gran número de casos observados de asimetría angular. Además, este descubrimiento ha suscitado la ejecución de otros muchos experimentos en los cuales se ha reiterado la verificación de que en las interacciones débiles se viola tanto la invariancia ante la reflexión espacial, como ante la conjugación de la carga. La otra simetría implicada en estos procesos, la invariancia ante la inversión del tiempo, no ha sido afectada aún; pero actualmente se realizan intensos estudios experimentales

40 Yang y Lee, *Simetría y paridad*, Suplemento Núm. 11, Segunda Serie, Seminario de Problemas Científicos y Filosóficos, México, U.N.A.M., 1958.

41 Wu C. S., E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, R. P. Hudson, *Physical Review*, 105, 1957, pág. 1413.

para poder decidir en definitiva si dicha reflexión temporal se mantiene o no para las interacciones débiles.

14. *Asimetría espacial*

El extraordinario descubrimiento de que en varios procesos atómicos existe una diferencia esencial entre el sentido izquierdo y el derecho, coloca a la teoría cuántica en una situación precaria, y en rigor insostenible, porque significa la falla de uno de los fundamentos en que se apoya. Por lo demás, hace ya bastante tiempo que la profusa actividad experimental que se viene efectuando, ha ido acumulando numerosos resultados para los cuales no se ha encontrado explicación con arreglo a la teoría actual de la mecánica cuántica. Y, como sus nociones primarias se han construido mediante el establecimiento de concepciones híbridas entre las propiedades de las "partículas materiales" de la mecánica newtoniana y un aparato matemático complicado y sumamente abstracto, han acabado por surgir serias dificultades internas, que indican faltas de consecuencia y de integridad en sus fundamentos y en sus desarrollos y que muestran, indudablemente, fallas en su estructura lógica. Por otro lado, y esto es más importante aún, la teoría actual de los procesos atómicos ha fracasado en todos sus intentos de explicación de muchos problemas importantes, que se han hecho con arreglo a ella.[42] De otra parte, en la teoría cuántica actual se consideran como definitivamente insuperables algunos obstáculos graves que se han encontrado para determinar experimentalmente, con precisión, algunas características de las partículas elementales;[43] como si, de un modo extraño y sin justificación, se tratara de que el conocimiento científico quedara condenado a una insuficiencia radical irremediable, colocándolo en una posición kantiana enteramente inadmisible. Todo esto hace que se destaque con una urgencia inaplazable, la necesidad de establecer una nueva teoría de los procesos atómicos, con la cual se obtenga una explicación coherente y completa de todos los hechos conocidos en los experimentos y, a la vez, se adquiera un instrumento eficaz y poderoso para proseguir ventajosamente las investigaciones.

El incumplimiento de la invariancia ante la reflexión espacial afecta también, de un modo semejante, a las teorías físicas establecidas para explicar otros dominios de la existencia; por consiguiente, plantea la necesidad de

[42] Entre estos problemas podemos citar el de las relaciones entre la unidad elemental de carga eléctrica y el cuanto universal de acción, el de la cuantización de la masa, el de la energía propia (*eigen*) de las partículas elementales, el de los campos mesónicos y, en general, los procesos nucleares.

[43] Uno de los más conocidos es el expresado por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg. Pero este hecho admite otras interpretaciones más profundas y comprensivas; véanse los ensayos del autor ya citados antes, *Diánoia*, 1957, 1958, 1959, 1960 y 1962.

practicar un examen penetrante y de conjunto. Desde luego, habrá que dilucidar si el descubrimiento de Lee y Yang implica la existencia de una verdadera asimetría espacial entre la izquierda y la derecha; o bien, si lo que se requiere es encontrar una nueva relación de transformación para la reflexión en el espacio, que exprese con profundidad la naturaleza de la simetría bilateral y, por lo tanto, de la antisimetría entre la izquierda y la derecha. En otras palabras, podemos señalar tres posibilidades. Una sería la de que se llegara a descubrir una relación más compleja, por medio de la cual se convirtieran recíprocamente los procesos izquierdos en derechos; para reemplazar entonces con ella la relación simple utilizada hasta aquí, tal como las transformaciones galileanas tuvieron que ser sustituidas por las de Lorentz. Otra posibilidad sería la de encontrar que el espacio careciera localmente de sentido, es decir, que para regiones pequeñas del espacio, del orden de 10^{-17} cm., se pudiera definir la dirección espacial, pero sin poder dar dos sentidos a cada dirección.[44] En tal caso, en regiones pequeñas del espacio no se podría ejecutar la operación de reflexión especular y tampoco tendría significado el cumplimiento de la correspondiente invariancia.[45] La tercera posibilidad sería la de tener que modificar radicalmente nuestra concepción del espacio, introduciendo la asimetría como una de sus propiedades fundamentales.[46]

Desde luego, podemos esperar que una vez descubierto y dilucidado lo que realmente ocurre —esto es, el significado verdadero de la falta de invariancia ante la reflexión espacial— aparezcan relaciones que ni siquiera se sospechan ahora entre algunos conceptos fundamentales, como sucedió con la conocida ecuación de Einstein. De cualquier modo, la situación crítica en que queda colocada la física entera puede ser enormemente fecunda, porque abre nuevas posibilidades de que en un futuro cercano se logre establecer una teoría general única para toda la física. Como todos sabemos, tanto la teoría de la relatividad como la física atómica incluyen a la mecánica clásica como un caso particular. Dicho de otra manera, mientras la teoría cuántica explica los procesos atómicos y los procesos de dimensiones semejantes a las humanas, por su parte la física relativista explica los procesos astronómicos y también los de dimensiones comparables a las nuestras. Pero a la vez, fuera de esta coincidencia en el terreno de la mecánica clásica, hasta ahora hay un divorcio entre la relatividad y la me-

[44] Tal como se hace en la geometría de los puntos al infinito, definidos por todas las direcciones posibles de las rectas paralelas.

[45] La carencia de los dos sentidos en un espacio no es un concepto particularmente extraño en la geometría; por ejemplo, lo más frecuente es que una superficie tenga dos caras y, por ende, dos sentidos para su normal, y, sin embargo, en la banda de Moebious sólo existe una cara única.

[46] Lo cual sería tanto como establecer una nueva geometría, aprovechando lo que ya sabemos sobre los procesos asimétricos de la física.

cánica cuántica; de modo que la mecánica cuántica no tiene cumplimiento en los procesos astronómicos, ni tampoco la relatividad se puede aplicar rigurosamente a los procesos atómicos. Entonces, como ya lo decíamos, está planteada de manera imperiosa la necesidad de formular una teoría suficientemente general para servir efectivamente de explicación a todos los procesos físicos conocidos, en todos los niveles de la existencia. Esta grandiosa empresa es harto difícil y en ella han trabajado con toda su tenacidad y su talento algunos de los más eminentes físicos de nuestro tiempo.[47] Y, a pesar de que estos esfuerzos no han tenido todavía éxito, sí podemos confiar en que el extraño descubrimiento hecho acerca de la antisimetría contribuya de manera muy importante a la conquista de la armonía en el seno de la física, con las consecuentes implicaciones para las otras ciencias.

15. *Universalidad de la asimetría*

La asimetría constituye una característica universal de los procesos existentes. Su presencia manifiesta o su ausencia relativa, lo mismo que las diversas modalidades que adopta, son determinantes en el surgimiento de cada proceso, en su desarrollo, en sus transformaciones y en su desaparición. Con base en la simetría podemos anticipar hipótesis sobre las formas de existencia de procesos que todavía no conocemos; ya que, del mismo modo en que la trigonometría nos permite medir distancias que nos son inaccesibles, así también la simetría nos sirve para obtener información sobre las manifestaciones de la existencia que no podemos poner al descubierto directamente. Por su parte, la asimetría nos sirve de base para establecer hipótesis acerca de las condiciones en que se producen los procesos y las leyes de su desenvolvimiento; puesto que nos permite determinar las causas necesarias y concurrentes que se requieren para hacer posibles esas condiciones y tales leyes. En todo caso, en cada fase de un proceso se tiene ineludiblemente una asimetría característica. Y dicha asimetría será más compleja cuando se tome en cuenta la coexistencia de otros procesos en interacción, o cuando se consideren las distintas asimetrías correspondientes a las fases anteriores del mismo proceso. Entonces, atendiendo a la función que desempeñan, es importante destacar los elementos de asimetría. Lógicamente, podemos denominar *plano de asimetría* a cualquier plano que no lo sea de simetría, *eje de asimetría* a cualquier recta que no sirva como eje de simetría y *centro de asimetría* a cualquier punto que no defina una simetría. Estos planos, rectas y puntos determinan los elementos que indican una asimetría y, por lo tanto, una propiedad posible en los procesos existentes. Pues bien, cuando varios procesos diferentes se integran en un sistema, sus asimetrías se conjugan. En tal caso, lo más frecuente es que se multipliquen

47 Bástenos citar aquí a Einstein y Heisenberg.

los elementos de asimetría, ya que solamente quedan como elementos de simetría aquellos que son comunes a cada uno de los procesos integrantes tomado aisladamente.[48]

Por otro lado, cuando se tiene una relación de causalidad entre dos o más procesos, se observa que los elementos de simetría existentes en las causas se mantienen en los efectos producidos. Igualmente, cuando en los efectos se advierten ciertos elementos de asimetría, entonces dichos elementos se encuentran presentes en las causas que los produjeron. Pero esto no se cumple de manera recíproca, ya que los efectos pueden ser más simétricos que las causas, y éstas pueden tener mayor asimetría que sus efectos. En general, la asimetría de las causas ejerce su acción sobre los efectos. O bien, dicho con mayor precisión, la asimetría de las causas representa la posibilidad de ejercer una cierta acción sobre los efectos; aun cuando en algunos casos esa acción no se realice o sea demasiado sutil para ser advertida. Lo que es indispensable para que un proceso se produzca es que exista cierta asimetría en los procesos que condicionan su surgimiento, porque la existencia de esta asimetría es la que hace posible el proceso. Es indudable que el universo muestra, junto con su asimetría característica y como consecuencia de ella, una tendencia hacia la simetría. Pero también es cierto que la realización completa de esa tendencia hacia la simetría representa para el espacio físico el vacío, para los objetos espaciotemporales el reposo y para los organismos vivos la muerte. Por consiguiente, de la misma manera como la simetría es un límite de equilibrio que niega la existencia y conduce a la desaparición, así también todo aquello que surge y se desarrolla tiende siempre a la asimetría. En suma, tenemos un predominio de la asimetría sobre la simetría, que nos lleva a concluir que la existencia es asímetra.

Eli de Gortari

48 Una de las excepciones es la conjugación de dos cristales hemiédricos antisimétricos para formar un solo poliedro cristalino. Entonces aumentan los elementos de simetría; pero, a la vez, desaparece una de las propiedades del cristal, como es su actividad óptica.