

## SOBRE EL PROBLEMA DEL “ATOMISMO GEOMÉTRICO” EN EPICURO

En la actual historia de la ciencia subsiste un problema sin resolver en torno a la interpretación del atomismo griego, fundamentalmente del epicúreo, su forma más elaborada. Este problema, a pesar de su enorme importancia para la historia del atomismo, de las matemáticas y de la aplicación de las matemáticas a la física, no ha sido investigado suficientemente. Se trata de la cuestión acerca de si hay que entender la hipótesis atómica en Epicuro no sólo *físicamente* (materialmente), sino también *geoméricamente* (espacio-temporalmente). En el contexto de esta problemática se halla la posible interpretación geométrica de las “*partes mínimas*” (ἐλάχιστα), propuestas por Epicuro en su *Carta a Herodoto*.

Si bien un buen número de excelentes investigadores en este campo han atacado esta problemática y desde los años treinta a esta parte se han escrito por lo menos tres trabajos relativamente extensos sobre la cuestión, las conclusiones sacadas no pueden considerarse aún definitivas ni del todo convincentes. Esta situación se debe, según creo, a diversas razones: 1) a la dificultad intrínseca de la cuestión, que no permite una solución puramente “erudita”; 2) a la extrema escasez de fuentes; 3) a la insuficiencia de nuestros conocimientos actuales sobre la matemática helenística post-euclídea y en particular a nuestra ignorancia acerca de cuál es la respuesta correcta a la pregunta: ¿hubo en el siglo III a. c. (por lo menos en ciernes) una geometría *finitista* post-epicúrea, opuesta a la tradición continuista de la geometría alejandrina e ignorada por los comentaristas posteriores debido al desarrollo histórico interno de la matemática helenística? Si la respuesta a esta pregunta fundamental resultara ser afirmativa, podría concluirse con bastante probabilidad (de hecho con toda la certidumbre que permiten las inferencias históricas) que las “partes mínimas” de Epicuro deben interpretarse geoméricamente; de ello resultaría a su vez que en la *Carta a Herodoto* de Epicuro estaba contenido el principio conceptual de una línea de potencial desarrollo matemático que la historia posterior olvidó y que sólo en nuestro siglo ha empezado a ser tomada en serio: a saber, la de una geometría “finitista”, es decir, discreta.

Es más, si la respuesta fuera afirmativa, la imagen histórica convencional de Epicuro quedaría esencialmente modificada. Esa imagen de Epicuro es la de un epígono del atomismo que, si bien fue un gran moralista, en física no hizo mucho más que repetir a Demócrito y sobre todo en geometría fue una nulidad. El argumento que, implícita o explícitamente, pretende justificar la tesis de que Epicuro era una nulidad en geometría —tesis que

aparece incluso en autores recientes serios como Alfieri, en [1]— discurre más o menos como sigue: (A) Epicuro rechazaba cualquier geometría continuista, en particular el principio de que un segmento cualquiera siempre es divisible en dos segmentos; (B) por lo tanto debía rechazar también los *Elementos* de Euclides; (C) los *Elementos* de Euclides son la máxima consecución de la matemática helenística; (D) luego Epicuro rechazó la máxima consecución de la matemática helenística y por tanto fue una nulidad en geometría. El insólito anacronismo del paso de (B) y (C) a (D) en este argumento me parece tan evidente que no requiere comentario (tanto más si se tiene en cuenta que los *Elementos* de Euclides fueron redactados casi *coetáneamente* a Epicuro).

Qué yo sepa, el primer investigador que se opuso enérgicamente a esta minusvaloración de las consecuciones científicas de Epicuro fue Karl Marx en su disertación [2]. Marx observa, para empezar, que la actitud de Epicuro hacia el mundo de la experiencia es mucho más cercana al realismo empírico de un científico natural que el idealismo atomista de Demócrito. Mientras que en este último la experiencia sensible juega el mismo papel de engaño e ilusión que en la escuela eleata (con la única diferencia que el ser único parmenídeo viene sustituido ahora por los átomos en el vacío), en Epicuro, por el contrario, la experiencia es la dura roca de la que partimos en la construcción de nuestras teorías: la teoría atómica será verdadera sólo si *da cuenta* de los datos de los sentidos. En [3]; X, 31, hallamos una sentencia explícita de Epicuro que podría ser también el lema de cualquier empirista moderno: “Nada puede refutar la percepción sensible.” Y en [3], X, 36, añade: “Pues que a los cuerpos corresponde existencia, de ello da testimonio continuamente la percepción, a partir de la cual, como ya hemos dicho, hay que inferir lo desconocido mediante la reflexión.” A los “cuasi-parmenídeos” Leucipo y Demócrito no se les hubiera ocurrido nunca tratar de fundamentar la proposición “a los cuerpos corresponde existencia” en los datos que nos proporciona la *percepción sensible*. La intuición de Marx, de que la fundamentación epistemológica epicúrea de la teoría atómica es de carácter esencialmente distinto de la de sus antecesores, ha sido firmemente establecida en años recientes, entre otros, por Sambursky. En [4] hace notar este autor que las concepciones físicas de Epicuro no son una mera copia de las de Demócrito, sino un verdadero avance, mucho más cercano a nuestro “paladar” epistemológico actual: “One can recognize not only a greater elaboration of the atomic picture in Epikuros... , but also a progress in methodology, such as the use of inference from the visible to the invisible for the demonstration of certain assumptions.” Breve, a los atomistas “metafísicos” Leucipo y Demócrito, hijos pródigos del idealismo parmenídeo, hay que contraponer (y no subsumir) el atomista em-

pírico Epicuro, cuyas concepciones nacen en un contexto completamente distinto, el de la controversia con ese otro gran empírico que fue Aristóteles.

Pero no sólo en la fundamentación epistemológica de la teoría atómica, sino en la elaboración detallada de hipótesis empíricas supera Epicuro a sus maestros. Por ejemplo, sus especulaciones sobre el tamaño de los átomos son mucho más explícitas y coherentes que las de Demócrito; y, lo que es más, con su triple diferenciación en los movimientos posibles de los átomos (caída en línea recta, declinación y repulsión mutua) estableció Epicuro la base de una *cinemática* atomista, totalmente inexistente en Demócrito, que confiere ya a su teoría por lo menos el carácter de una proto-ciencia. Que esta proto-ciencia no alcanzase el estadio plenamente científico se debe, sin duda, a la incapacidad de Epicuro para introducir en ella consideraciones *dinámicas*, a saber, fuerzas entre los átomos. Si Epicuro hubiese emprendido una *dinámica* atomista que completara su *cinemática*, poca duda cabe de que su teoría hubiera alcanzado el *status* de, digamos, la teoría atómica de fines del xvii. También Sambursky, en el artículo citado, p. 254, afirma: "Had this [= forces between atoms] been introduced into atomic theory, Greek atomism would have arrived at a conceptual level nearer to that of modern atomic physics." Pero la incapacidad para introducir fuerzas en su teoría no debe considerarse como una peculiar deficiencia de las concepciones físicas de Epicuro, sino como la incapacidad general de los griegos —y ésta fue la gran "tragedia" de la ciencia empírica helenística— para buscar y postular *leyes dinámicas*.

Pero volvamos a lo que es propiamente nuestro tema. Hemos dicho que en años recientes (la crítica de Marx pasó prácticamente desapercibida) se ha ido demoliendo poco a poco el mito de un Epicuro "puramente moralista", que en las ciencias naturales no tenía nada nuevo que decir, y se han venido revalorizando sus aportaciones en física. Sin embargo, por lo que hace al dominio matemático, o lo que hoy llamaríamos "geometría física", la valoración de las ideas de Epicuro sigue siendo equívoca cuando no declaradamente negativa.

Ahora bien, si realmente resultase, primero, que hay que interpretar como *doctrina matemática* el oscuro y breve pasaje de la *Carta a Herodoto* que se refiere a las partes mínimas y, segundo, que esas ideas de Epicuro se tradujeron (en él mismo o en sus discípulos inmediatos) en los primeros intentos de construir una geometría discreta, entonces cabría comparar el papel de Epicuro respecto a la geometría finitista con el de Arquímedes respecto al Cálculo Infinitesimal o el de Kant y Kronecker respecto a la matemática intuicionista. Como se ve, un Epicuro radicalmente distinto del de los manuales de historia.

No pretendo aquí indicar una solución a este interrogante. Como he dicho al principio, la cuestión es extremadamente difícil, y las grandes autoridades en la materia no han logrado dar hasta la fecha con una respuesta

categorica (o si han creído encontrarla, su fundamentación no nos parece del todo convincente). Sólo quiero hacer aquí una reseña del estado actual de las investigaciones, y señalar al final brevemente *los posibles* caminos hacia una solución satisfactoria.

A este fin es preciso hacer primero unas breves observaciones sobre el significado del atomismo griego en general y del epicúreo en particular en su contexto histórico.

### *El contexto del primer atomismo griego*

Creo plausible interpretar el atomismo de Leucipo y Demócrito como una concepción física del universo basada en un doble fundamento lógico-ontológico por un lado y matemático por otro. Su fundamento lógico proviene sin duda de la lógica ontológica de Parménides (cuyo postulado central podría resumirse en que "el ser no puede estar constituido por no-ser"); su fundamento matemático está enraizado probablemente en la tradición pitagórica ("atomismo aritmético"), y quizás también en los trabajos del propio Demócrito, quien, según se desprende de los títulos de sus obras (lo único que nos ha quedado de ellas) fue un matemático "profesional" de talla. (Como, a pesar de ello, desconocemos el contenido mismo de estas obras, es difícil juzgar hasta qué punto sus propios resultados matemáticos le ayudaron a Demócrito en su réplica anti-eleata.)

En cualquier caso, parece claro que el atomismo de los abderitas surgió como perfeccionamiento y desarrollo lógico-matemático del concepto eleata del ser. Los abderitas trataron de superar la lógica parmenídea admitiendo algunos de sus postulados (como el arriba citado), pero completándola mediante el concepto del *vacío*. Así pretendían los atomistas "salvar los fenómenos", explicar (y no negar, como habían hecho los eleatas) el mundo sensible *por medio* (y no a pesar) de los instrumentos lógico-matemáticos de que disponían. La gran consecución lógica de esta primera fase del atomismo fue afirmar la concebibilidad del vacío. En este punto concordamos con Alfieri, en [1], p. 50: "La premessa logica fondamentale dell'atomismo, per mettere il pensiero in accordo con l'esperienza, è l'affermazione della realtà, e quindi della pensabilità, del non-essere." El vacío es el nuevo concepto básico encaminado a explicar la pluralidad corporal *junto con* el movimiento.

Es obvio que el primero de estos objetivos, a saber, la pluralidad corporal, quedaba explicado si el ser parmenídeo "se dividía" en una infinidad de diminutos seres, igualmente parmenídeos por ser absolutos (es decir, compactos, uniformes, eternos, indivisibles), pero separados entre sí por el vacío, o formando agregados constituyentes de los cuerpos físicos macroscópicos. Pero, ¿qué ocurre con el segundo de estos objetivos, la explicación del

*movimiento?* ¿Es cierto que basta admitir una pluralidad de seres materiales en el vacío para explicar su movimiento?

A mi entender, las aporías de Zenón muestran que no. Estas aporías pro-eleatas y anti-pluralistas surgen igualmente si se considera una multitud de átomos pululando por el vacío, que si se toman cuerpos macroscópicos. (Este es un punto que, curiosamente, no se suele subrayar.) En efecto, supongamos que "Aquiles" es un átomo veloz y "la tortuga" otro átomo más lento que ha partido antes que el primero en línea recta sobre el espacio vacío. Entonces, el átomo "Aquiles" seguiría sin alcanzar el átomo "tortuga", por más que esta vez se trate de átomos indivisibles moviéndose a través del vacío y no de cuerpos macroscópicos sobre la tierra. La misma conclusión es válida para el resto de las aporías del movimiento.

El argumento de Zenón se dirige en realidad no tanto contra la divisibilidad de la materia (que un Zenón benevolente podía incluso conceder a los atomistas), como contra la divisibilidad del espacio vacío (del no-ser) y por tanto contra el movimiento. Créo que el esqueleto lógico del argumento general de Zenón puede reconstruirse como sigue, en forma de "prueba indirecta".

*Premisa:* El movimiento es posible sólo si el espacio es *infinitamente* divisible.

*Teorema:* El espacio no es infinitamente divisible.

*Prueba:*

1. Sea  $S$  un intervalo espacial cualquiera de magnitud finita.
2. Supongamos que el espacio es infinitamente divisible.
3. En tal caso,  $S$  estará constituido por un número infinito de subintervalos espaciales  $S_i$ .
4. La magnitud de  $S$  será igual a la magnitud de la suma de todos los  $S_i$ .
5. Luego la magnitud de  $S$  será infinita, contra lo supuesto.
6. Esta contradicción muestra que el supuesto de que el espacio es infinitamente divisible es falso.

*Corolario:* El movimiento no es posible (se desprende del teorema junto con la premisa).

Nótese que el argumento así expuesto depende esencialmente de la premisa de que el movimiento *sólo* es posible *si* el espacio es *infinitamente* divisible (por "modus tollens" se desprende entonces la imposibilidad del movimiento). ¿Pero qué otra alternativa queda si se admite el espacio vacío como una entidad subsistente por sí misma e independiente de los seres materiales (atómicos)? Para Zenón, sin duda, sólo había a priori dos alternativas: o bien el espacio no es divisible en absoluto y se confunde con el ser único (opinión defendida por él mismo), o bien es infinitamente divisible. Esta

segunda alternativa lleva a contradicciones; luego sólo queda la alternativa parmenídea.

Ahora bien, no parece que la doctrina atomista de Leucipo y Demócrito estuviera preparada para encontrar una salida explícita o implícita a este dilema, por lo menos por lo que nosotros conocemos. Ciertamente afirmaron la finita divisibilidad de la *materia* (del ser), pero, que yo sepa, no existe ningún testimonio de que también afirmaran la finita divisibilidad del *vacio* (del no-ser). Es más, si traemos a colación el contexto histórico, existe una gran probabilidad de que ellos también consideraran lo mismo que Zenón, la finita divisibilidad del espacio como algo inconcebible. En efecto, a mediados del siglo v era ya un conocimiento común el descubrimiento de los "inconmensurables", o sea, de los números irracionales. Demócrito, quien según las fuentes era un buen matemático en activo, no podía ignorar ese descubrimiento. Ahora bien, la existencia de los irracionales implica justamente la existencia del continuo de los números reales, y la existencia del continuo implica la infinita divisibilidad de cualquier segmento en el espacio, por pequeño que sea. (Lo mismo se aplica naturalmente al tiempo.) Esto estaba claro para cualquier matemático mínimamente informado de mediados del siglo v. Parece pues sumamente improbable que los atomistas del siglo v considerasen para su espacio vacío (que coincidía con el espacio de los géometras) otra posibilidad que no fuera la infinita divisibilidad. Pero entonces tenían que cargar con todas las consecuencias que Zenón puso sobre el tapete.

Hoy día sabemos que la matemática continuista aplicada a la física puede mostrar dónde radica el *non sequitur* de las aporías zenonianas, a saber, en suponer que la suma de infinitos términos de una serie *siempre* debe ser infinita. El concepto de serie convergente, la base del Cálculo Infinitesimal, permite escapar a esas aporías. Pero si tenemos en cuenta que el Cálculo Infinitesimal en su forma originaria leibniznewtoniana contenía por lo menos tantas inconsistencias internas como las que pretendía resolver y que sólo fue casi 200 años más tarde (con los trabajos de Cauchy, Weierstrass y Dedekind) que se consiguió fundamentar rigurosamente ese cálculo, entonces no es de extrañar que a los griegos no se les ocurriera la "verdadera" solución. ¿Quién podía suponer en el siglo v a. c. que la suma de intervalos temporales necesarios para recorrer el número infinito de segmentos entre Aquiles y la tortuga no tenía que ser a su vez también infinita? Y esta suposición valía asimismo, como hemos dicho, para "Aquiles" y "tortugas" atómicos moviéndose a través de un espacio vacío infinitamente divisible en un tiempo infinitamente divisible.

Es un hecho de sobras conocido que las paradojas de Zenón fueron el gran escándalo de la filosofía y la ciencia helénicas (y quizás en parte las responsables de que los griegos progresaran tan poco en la explicación mate-

mática del mundo físico). Tan sólo un siglo más tarde vino la primera propuesta de solución algo coherente, la de Aristóteles con su doctrina de acto y potencia, la única propuesta que citan los manuales. Pero la contraposición de finita división actual e infinita divisibilidad potencial no podía parecer a muchas mentes esclarecidas, entre ellas la de Epicuro, más que un truco *ad hoc* para salir de una vez del atolladero.

Epicuro, algo posterior a Aristóteles, era igualmente consciente que éste del escándalo que representaban las aporías de Zenón para cualquier teoría empírica pluralista. Si no aceptó la salida de Aristóteles entonces, ¿cuál fue su propuesta de solución?

Dar una respuesta exacta y definitiva a esta pregunta es justamente el problema irresuelto de que hablábamos al principio. Poca duda cabe *de que* Epicuro trató de hallar una réplica convincente al desafío zenoniano, y poca duda cabe también que el programa de esta réplica está contenido, por lo menos en germen, en su doctrina de los ἐλάχιστα. Pero cuál fue exactamente la naturaleza de esta réplica, éste es el punto en el que todavía hoy divergen los investigadores. Veamos cuáles han sido sus diversas interpretaciones.

### *¿En qué consistió la réplica de Epicuro?*

Todos los autores están de acuerdo en que la respuesta al problema depende de cómo haya que interpretar el pasaje clave de la *Carta a Herodoto*, alrededor del § 58, en que se nos explica la naturaleza y función de los ἐλάχιστα.\* Escogemos las partes que consideramos más relevantes.

En § 56 nos dice Epicuro, después de discutir el tamaño y constitución *de los átomos* (no de los cuerpos macrofísicos): "Y no podemos imaginar ... que en algo [y este "algo" se refiere ahora en particular a los propios átomos] haya infinitas partes...; ¿cómo podría entonces considerarse el tamaño limitado? Está claro que esas infinitas partículas tienen cierta extensión. Sea cual sea su tamaño, ese tamaño [a saber el del cuerpo compuesto] sería infinito [= ἄπειρον]." De aquí nos interesa retener sólo la afirmación de Epicuro de que esas partes de todo cuerpo tienen un tamaño determinado.

En § 59 se dice algo más concreto acerca de estas partículas absolutamente mínimas aunque de tamaño *no-nulo*. Ellas "son las primeras en proporcionar por sí mismas a las cosas mayores y a las menores la medida de su extensión". [Y esto vale también para los átomos: su tamaño viene asimismo determinado por el número de partículas absolutamente mínimas que contienen.] "Pero no puede ser que a partir de estas partículas de átomos se constituyan éstos debido al movimiento propio de estas partículas" [pues

\* Utilizo aquí la traducción esmeradísima de Jürgen Mau, en su excelente monografía [5]; la traducción de Apelt en [3] de este pasaje es para nuestros fines demasiado grosera.

movimiento sólo corresponde a los átomos, no a sus partes]. Recuérdese la doctrina atomista de la formación de cuerpos macroscópicos: éstos resultan del encuentro casual de los átomos en movimiento. Podría pensarse entonces que los átomos mismos, al estar "constituidos" a su vez de partes mínimas, también se habrían formado por el movimiento de éstas. Pero esto es precisamente lo que *excluye* Epicuro. *No tiene sentido* predicar el movimiento de las partes mínimas.

Esto y poco más es lo que nos queda de la doctrina epicúrea sobre los enigmáticos ἐλάχιστα. ¿Cómo debemos interpretarlos?

En el escrito ya citado, trató Marx de hallar una respuesta sencilla. Simplemente niega que haya una diferencia específica entre los "ἄτομοι" y los "ἐλάχιστα". Ciertamente puede hacerse una distinción, pero sólo gradual: "Nichtsdestoweniger leugne ich nicht durchaus jene Unterscheidung. Ich leugne nur zwei verschiedene fixe Arten von Atomen. Es sind vielmehr unterschiedene Bestimmungen einer und derselben Art" ([2], p. 55).

Pero esta solución tan simple no parece ser adecuada. Ya sólo sea porque en la última proposición citada de Epicuro se habla de *partes* de átomos, que *no se mueven*. Luego, ciertamente existe una diferencia esencial entre ambos tipos de entidades. Además, la teoría de Epicuro habría contenido una redundancia conceptualmente inadmisiblesi, para explicar el movimiento de los átomos, hubiera postulado simplemente *otros* átomos, por así decir "más atómicos".

D. Furley, en su extenso estudio [6], empieza por establecer una útil diferenciación conceptual. Distingue entre divisibilidad *física* y divisibilidad *teórica o conceptual* (o también: geométrica). Un objeto es físicamente divisible si se puede indicar un procedimiento empírico efectivo para separar de él dos partes. Un objeto es teóricamente divisible si sus partes se pueden distinguir con la mente. Postula entonces la hipótesis de que Epicuro pensaba en esta distinción cuando propuso su doctrina de los ἐλάχιστα: "Epicurean atoms were theoretically divisible, but not physically divisible"; en cambio "the *minimae partes* of atoms in Epicurean theory were theoretically indivisible portions of matter" ([6], p. 4). Esta diferenciación le habría procurado a Epicuro el instrumento conceptual con el cual aniquilar definitivamente las objeciones eleatas. En efecto, está claro que, según el esquema anterior, el Ser de los eleatas no era sólo físicamente indivisible, sino también conceptualmente, y en este punto radicaban precisamente las aporías para el atomismo en su primera fase. Como nota el propio Furley, "a physically unspittable atom which is still theoretically divisible will not meet the Eleatic argument at all" (p. 86). El concepto de parte mínima de un átomo no susceptible de ulterior división teórica le iba a permitir a Epicuro introducir la noción de movimiento mínimo que puede realizar un átomo (el corres-



pondiente a una parte mínima), y eludir así las paradojas zenonianas, debidas a la asunción de un movimiento infinitamente divisible.

Pero aun admitiendo esta interpretación dicotómica de Furley (que es indudablemente muy plausible), no está resuelto ni mucho menos el problema que nos preocupaba al principio. Pues ahora entendemos ciertamente la misión, la función de los *ἐλάχιστα* en el *corpus* de doctrina epicúrea (hacer inteligible el movimiento atómico), pero con ello todavía no está aclarada su naturaleza, su *realidad*; entendemos cuál es su función en la doctrina, pero no *cómo* la cumplen, ni *por qué* consiguen cumplirla.

El problema genuino es: ¿A qué categoría de entidades pertenecen esos mínimos que Epicuro ha introducido para salvar el atomismo?

Parece claro que si no se trata de cuerpos físicos autónomos, como quería Marx, entonces lo más natural es buscar la interpretación correcta en el dominio de las matemáticas, de la geometría. El primero en interpretar matemáticamente las partes mínimas de Epicuro fue Hans von Armin en [7]. Pero este autor no explicó el por qué ni el cómo de esta interpretación, ni sus consecuencias para la metodología atomista. En realidad, no se llega a una interpretación matemática coherente y pensada hasta el trabajo de S. Luria, "Die Infinitesimallehre der antiken Atomisten",\* y sobre todo la monografía ya citada de Mau. Según Mau hay que interpretar las *minimae partes* de Epicuro en un sentido análogo a los infinitesimales de Leibniz, magnitudes menores que cualquier magnitud concebible, pero siempre mayores que 0; sólo que Epicuro, al carecer del concepto de función diferenciable, no habría podido llegar a concebir estos mínimos como elementos *variables* de una sucesión convergente. La interpretación de Mau, aunque atractiva, no deja de parecernos algo anacrónica. Las representaciones estáticas de la matemática griega difícilmente son compaginables con las dinámicas que dieron nacimiento al concepto de diferencial.

Gregory Vlastos ha atacado en [8] decididamente la interpretación "puramente matemática" de los *ἐλάχιστα* (aunque reconociendo sus méritos en cuanto a coherencia y atractivo), para sustituirla por lo que podríamos denominar una interpretación "métrica". El principal argumento de Vlastos en contra de la interpretación matemática se apoya en el contexto histórico y en la escasez de fuentes. La admisión de elementos mínimos matemáticamente habría llevado a la concepción de una geometría "finitista" en abierta oposición con la geometría "ortodoxa" (la euclídea) de la época. Epicuro habría tenido que empezar por construir una nueva geometría, que se opusiera a la euclídea, y esto le parece a Vlastos excesivo: "What sort of postulate set would have done this job?... I have no idea how... to meet the most

\* Por desgracia, no he podido dar con este trabajo (editado por la Academia de Ciencias soviética en 1933), que sólo conozco indirectamente, a través de las menciones de Mau en [5] y de Vlastos en [8].

elementary difficulties into which such a geometry would have run" ([8], página 127).

Ahora bien, está claro que ni Vlastos ni yo tenemos la menor idea de cómo "to meet the most elementary difficulties into which such a geometry would have run". Pero de aquí *no* se infiere que *Epicuro* (o sus amigos y discípulos geómetras, que ciertamente los tuvo) no tuvieran alguna idea, por lo menos en forma de programa. Según Proclo, en su *Comentario sobre Euclides*, hubo un matemático estoico, Posidonio, que escribió un tratado entero para replicar a las críticas de los *matemáticos* epicúreos contra la geometría euclídea. ¿Es plausible admitir que un matemático profesional iba a dedicar todo un tratado contra una mera insensatez epicúrea sin relevancia para la geometría "seria" de la época? ¿O no sería más bien que ya *existía* un programa de reconstrucción de la geometría basado en las ideas de Epicuro y que representaba un rival peligroso para la geometría euclídea *continuista* que acababa de implantarse en el mundo cultural helenístico? Que no nos haya quedado noticia alguna de este posible programa epicúreo no es un argumento muy sólido. Thomas Kuhn nos ha mostrado cómo la historia de la ciencia minusvalora, ignora y finalmente relega al olvido implacablemente el destino e incluso la mención de escuelas científicas rivales de la escuela triunfante. A principios del siglo III a. c., fue la escuela alejandrina de geometría la que se impuso definitivamente, y a partir de entonces por "geometría" se entendió la *euclídea* sin más. ¿Sería acaso muy sorprendente que los comentaristas griegos o latinos posteriores escribieran la historia de la geometría desde el punto de vista euclídeo y "olvidaran" todo lo demás? Éste es un fenómeno corriente en la historiografía de las ciencias.

Naturalmente, dado el estado actual de nuestros conocimientos, tampoco podemos *probar* que un semejante programa finitista post-epicúreo hubiese existido efectivamente en la geometría de la primera mitad del siglo III a. c. Que esta hipótesis no es, sin embargo, una insensatez histórica viene apoyado por el hecho bien conocido de que la geometría alejandrina continuista no se implantó definitivamente en el mundo cultural griego hasta entrado el siglo III a. c. Durante mucho tiempo no se interpretó el descubrimiento de los números irracionales (siglo V a. c.) como una prueba *definitiva* en favor del continuismo matemático. En [6], p. 151, refiere Furley, por ejemplo, que muchos de los matemáticos que formaban la Academia platónica afirmaban la existencia de magnitudes indivisibles. Hasta que se implantó lo que Kuhn llamaría el "paradigma euclídeo", la admisión de unidades espaciales mínimas no era considerada un exabrupto por parte de matemáticos en activo.

Es más, es posible que la hipótesis de un atomismo geométrico hubiese alcanzado la época post-euclídea, por lo menos como instrumento de trabajo, llegando a penetrar la obra de la personalidad más sobresaliente de la ciencia antigua, Arquímedes. En [9], p. 50, lanza Boyer la hipótesis atrevida,

aunque no injustificada, de que el método de integración de áreas de Arquímedes (una de sus máximas consecuciones), consistente en considerar el área como la suma de una serie "prácticamente" infinita de líneas, se basaba conceptualmente en un atomismo matemático de corte epicúreo.

Para ser justos con Vlastos, no obstante, admitamos que de momento todo esto son sólo hipótesis y expongamos su propia interpretación, que tampoco es implausible. Vlastos empieza por traducir del modo más adecuado a su interpretación el pasaje crucial de la *Carta a Herodoto*: "Además hemos de considerar estos mínimos sin partes como límites de longitudes que proporcionan por sí mismos, como unidades primarias, la medida de lo mayor y de lo menor para la aprehensión racional de los invisibles" ([8], p. 136).

La traducción de Vlastos no difiere en lo esencial de la de Mau, pero el primero saca consecuencias bastante distintas de las del segundo.

Vlastos hace notar que el concepto de "parte" como unidad de medida acababa de ser introducido poco antes en un sentido técnico por Euclides en sus *Elementos*. Basándose en este concepto euclídeo, Vlastos interpreta el texto epicúreo en el sentido de que la longitud de las partes mínimas es el mínimo común múltiplo de las longitudes de los átomos. El pasaje en cuestión debería ser interpretado entonces físicamente, es decir, como estableciendo un postulado *físico*, a saber, que existe una longitud atómica mínima (del mismo modo como, según la física actual, existe una cantidad mínima de energía), de la cual son múltiplos enteros todas las demás longitudes atómicas.

Ahora bien, aun admitiendo esta interpretación, ¿hasta qué punto no implicaba para *Epicuro* esta "cuantificación" de longitudes físicas también una cuantificación del espacio geométrico mismo? Nosotros hoy día sabemos distinguir entre una métrica física y una teoría métrica abstracta (puramente matemática).\* Pero ningún griego podía distinguir entonces entre la noción de un espacio físico y la de un espacio métrico abstracto. Para ellos la geometría física era *la* geometría.

Hasta aquí nuestro relato del estado actual de las discusiones en torno a la interpretación de los ἐλάχιστα en la doctrina epicúrea y al problema de un posible atomismo geométrico en Epicuro. Me parece claro que no podrá arrojarse más luz sobre este problema si nos limitamos a considerar bajo la lupa filológica hasta la saciedad los escasos pasajes que tratan de esta cuestión en la *Carta a Herodoto*. Los textos auténticamente epicúreos que se nos han conservado ya han dado de sí todo lo que podían dar, y es inútil hacerles

\* En realidad, nos ha costado mucho llegar a esta distinción, e incluso después del advenimiento de las geometrías no-euclídeas, se han dado y se siguen dando confusiones a este respecto en la obra de eminentes filósofos y científicos.

más preguntas para tratar de obtener de ellos directamente algún otro *bit* de información.

Me parece que ya es tiempo de emplear otros métodos para decidir la cuestión. Estos métodos han de consistir, a mi entender, fundamentalmente en dos tipos de enfoques distintos pero compaginables. Por una parte, estudiar más a fondo el contexto histórico-científico en que surgió la propuesta euclídea. En realidad, es asombroso lo poco que se sabe aún hoy día del desarrollo interno de la matemática alejandrina y de sus antecedentes, y aún menos de la geometría "no-ortodoxa" coetánea. Para poner sólo unos cuantos ejemplos, habría que elucidar: el supuesto carácter finitista de la geometría en la Academia; qué corrientes de geometría no-euclídea existieron en el siglo III a. C.; cuáles fueron exactamente los matemáticos "profesionales" de la época que fueron amigos de Epicuro o estuvieron influidos por su *Weltanschauung*, y qué ha quedado de su obra; cuál es el armazón conceptual subyacente al cuasi-cálculo integral de Arquímedes, etc. El otro método sería de raíz más conceptual, de carácter más filosófico si se quiere. Habría que tratar de asimilar los esquemas conceptuales de Epicuro, repensarlos, hacer nuestras sus categorías, comprender su lógica interna y ver entonces hasta qué punto es probable o no que un "atomismo matemático" formara parte de esas categorías.

C-ULISES MOULINES

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES FILOSÓFICAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] ALFIERI, Vittorio Enzo: *Atomos Idea. L'origine del concetto dell'atomo*. Florencia, 1953.
- [2] MARX, Karl: *Differenz der demokritischen und epikureischen Naturphilosophie*. Jena, 1841. Edición de G. Mende y E. G. Schmidt. Jena, 1964.
- [3] DIÓGENES LAERTIUS: *Leben und Meinungen berühmter Philosophen*. Trad. alemana de Otto Apelt. T. II, Cap. X, Berlín 1955.
- [4] SAMBURSKY, S.: "Conceptual Development in Greek Atomism." En: *Archiv international d'histoire des sciences*. Ann. 11, 1958.
- [5] MAU, Jürgen: *Zum Problem des Infinitesimalen bei den antiken Atomisten*. Berlín, 1954.
- [6] FURLEY, D.: *Two studies in the Greek Atomists* (Study I: "Indivisible Magnitudes"). Princeton, 1967.
- [7] V. ARMIN, Hans: "Epikurs Lehre vom Minimum", en: *Almanach der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften*. Viena, 1907.
- [8] VLASTOS, Gregory: "Minimal Parts in Epicurean Atomism", en: *Isis*, Vol. 56, 2, 1965.
- [9] BOYER, C. B.: *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. Nueva York, 1959.