Diánoia, vol. 28, no. 28, 1982

EL MITO DE LA INVALIDACIÓN INTUICIONISTA DEL *TERTIUM NON DATUR*

FRANCISCO MIRÓ QUESADA

Es frecuente encontrar en los textos de filosofía de las matemáticas y de filosofía del conocimiento, la afirmación de que la matemática intuicionista muestra que el principio del tercio excluido es inválido. La ligereza con que se acepta esta afirmación y con que se repite de autor en autor es típica.[1] Muchos son los que la aceptan y consideran que su verdad es incontrastable, pero pocos son los que se toman el trabajo de analizar qué se quiere decir realmente cuando se afirma que la matemática intuicionista muestra que el *tertium non datur* es inválido. Y así se forma el mito. Así se forman la mayoría de los mitos, o para ser más precisos, mitoides, en el mundo del conocimiento.[2]

Alguien hace una afirmación a la ligera porque tiene interés en imponer alguna teoría, la afirmación parece interesante; luego todos o, casi todos, la repiten. Nace el mito. Pero un día se le ocurre a alguien analizar racionalmente el mito y, como sucede siempre que la razón funciona, el mito se disuelve. A continuación analizamos racionalmente la afirmación de que la matemática intuicionista muestra que el principio del tercio excluido es inválido. Llegamos a la conclusión de que se trata de un puro mito. El lector juzgará por sí mismo.

1 Entre otros, citamos a los propios intuicionistas, empezando por Brouwer que sostiene explícitamente que el principio del tercio excluido no puede aplicarse en matemáticas. Una posición parecida asume Heyting. Los orteguianos (Ortega, Granell) llegan a la conclusión de que el intuicionismo muestra la relatividad (historicidad) de la lógica. Un lógico tan distinguido como da Costa llega a la misma conclusión. Beth, aunque no propiamente intuicionista cree, asimismo, en el mito. Susan Haak, además de otras razones, acepta también (aunque más bien de manera implícita, pero claramente discernible) el argumento del intuicionismo.

2 Preferimos utilizar "mitoide" a utilizar "mito", porque para que un mito exista tiene que existir dentro de un contexto determinado (espacio anisótropo, tiempo no lineal, causalidad idea-realidad, causalidad regresiva —dioses que son abuelos de sí mismos—, etc.). Sin embargo, en nuestra civilización occidental existen creencias que son muy parecidas a los mitos, y que, en sentido laxo, podrían considerarse como tales. Los llamamos "mitoides" pero utilizamos, para evitar repeticiones, "mito" *lato sensu*.

Para hacer el análisis es conveniente hacer algunas consideraciones teóricas preliminares.

1. *El lenguaje LPO, estructura, interpretación*

Como el mito consiste en afirmar que, debido a la matemática intuicionista, no puede ya sostenerse la validez del principio del tercio excluido, es conveniente recordar algunos conceptos de lógica y de metateoría.

1.1. *El lenguaje LPO*

Usualmente se enuncia el principio del tercio excluido utilizando un lenguaje de primer orden. Si se utiliza un sistema formal con tipos lógicos, como el de *Principia Mathematica,* el principio se enuncia en relación a cada tipo y a cada orden. Para los fines que perseguimos basta un lenguaje de primer orden. Vamos a utilizar un lenguaje de primer orden que llamamos LPO que tiene las siguientes características:

1) Un conjunto enumerable de variables individuales;
2) Un conjunto enumerable de constantes individuales;
3) Un conjunto enumerable de predicados, en el que hay un subconjunto enumerable de predicados de primer grado, un conjunto enumerable de predicados de segundo grado, ... etc.;
4) Los coligadores $\neg$, $\vee$ (los demás se introducen por definición);
5) El cuantificador universal (el existencial se introduce por definición);
6) Símbolos auxiliares (paréntesis, corchetes);
7) Las reglas de formación usuales;
8) Axiomas y reglas de inferencia que hagan posible derivar todas las fórmulas válidas de primer orden de la lógica clásica.

1.2. *Estructura*

D.1 Una estructura E es un par ordenado $\langle U, A\rangle$ en el que U, llamado "universo" o "dominio", es un conjunto cualquiera, y A, llamado "connotación", es un conjunto de atributos (propiedades y relaciones) aplicables a los elementos de U.

1.3. *Interpretación*

D.2 Una interpretación de LPO en relación a la estructura E es una asociación de los símbolos de LPO con los elementos de U y los atributos de A que tiene las siguientes características:

1) Cada constante individual de LPO denota un elemento de U y nada más que uno;
2) Cada predicado de LPO denota un atributo de A y nada más que uno. Sobre esta base se interpretan las fórmulas coligativas y las cuantificacionales.

   Una interpretación de LPO en relación a la estructura E se simboliza como $\mathrm{I_E}^{\mathrm{LPO}}$.

   La definición de verdad y falsedad de las fórmulas correctas de LPO es la usual en la lógica de primer orden, lo mismo que la de validez y satisfacibilidad.

2. *El principio del tercio excluído y su invalidación*

La manera más general de enunciar, clásicamente, el *tertium non datur* es:

$$A \vee \neg A \tag{1}$$

En la lógica de primer orden esta fórmula se reduce a:

$$(x)\ (Fx \vee \neg Fx) \tag{2}$$

Esto significa lo siguiente. Sea el universo U de la estructura E; sea A_j un atributo monádico cualquiera de A; sea $u_i \varepsilon U$. El principio del tercio excluído nos dice que $A_j u_i \vee \neg A_j u_i$[3].

La fórmula (2) es un esquema que puede especificarse por cualquier predicado monádico F_j de LPO, de manera que, sea cual sea la interpretación $\mathrm{I_E}^{\mathrm{LPO}}$ en relación a una estructura cualquiera E, se obtiene:

$$F_j a_i \vee \neg F_j a_i, \qquad F_j a_j \vee \neg F_j a_j \tag{3}$$

en que F_j denota A_j, a_i denota u_i, a_j denota $u_j, \ldots$ bajo dicha interpretación. Si se cambia la interpretación dentro de la misma estructura, F_j puede denotar otro atributo monádico de A y $a_i, a_j, \ldots$ pueden denotar otros elementos U. Si se cambia E, se obtendrán exactamente los mismos resultados.

Desde luego, puede extenderse el principio del tercio excluído a atributos; se podría poner, por ejemplo:

[3] Para evitar complicaciones empleamos, en el metalenguaje, coligadores de la misma forma que la de los coligadores de LPO. Hecha la advertencia (y aunque no se hubiera hecho) no existe el menor peligro de confusión.

(4) $$(x_1) \ldots (x_n)\, ((F(x_1 \ldots x_n) \vee \neg F(x_1 \ldots x_n))$$

Pero en este caso puede considerarse que:

(5) $$(x_2) \ldots (x_n)\, ((F(x_1, x_2 \ldots x_n) \vee \neg F(x_1, x_2, \ldots x_n))$$

expresa un predicado monádico aplicable a x_1. Puede, pues, mantenerse la forma (2) del tertium, sin pérdida de generalidad.

De acuerdo a las anteriores consideraciones, es claro qué significa la expresión: "invalidación del principio del tercio excluido". Significa, simplemente, encontrar un contraejemplo, de manera que (2) resulte falso. Para que ésto suceda basta encontrar una estructura y una interpretación relativa a ella, en la cual, para algún F_j de LPO y una constante individual a_i del mismo lenguaje formal, se tenga:

(6) $$\neg\, (F_j a_i \vee \neg F_j a_i)$$

De acuerdo a la definición usual de la verdad de una fórmula de primer orden (las de LPO son de este tipo), (6) sólo puede ser falsa si $F_j a_i$ y $\neg F_j a_i$ son ambas falsas. Encontrar un contraejemplo de (2), significa, pues, algo muy preciso: encontrar una estructura E y una interpretación I_E^{LPO} (o de cualquier lenguaje equivalente de primer orden) tal que para un predicado F_j de LPO y una constante individual a_i, $F_j a_i$ y $\neg F_j a_i$ sean ambas falsas.

Esto quiere decir que en el universo U de E debe haber por lo menos un elemento u_i y en la connotación A de E debe haber por lo menos un atributo monádico A_j tales sea falso que $A_j u_i$ y que sea también falso que $\neg A_j a_i$. O sea, es falso que el objeto u_i tenga la propiedad A_j, y también es falso que no la tenga. Porque, utilizando las palabras en su significación precisa en la lógica de primer orden, $\neg A_j a_i$ es lo mismo que decir que a_i no tiene la propiedad A_j. De manera que si existe un contraejemplo del principio del tercio excluido, tiene que producirse la situación siguiente: es falso que a_i tiene la propiedad A_j y es falso que a_i no tiene la propiedad A_j.

3. *El* tertium *y la concepción adecuativa de la verdad*

De acuerdo a lo dicho, la invalidación del *tertium* sólo puede realizarse dentro de los marcos de una concepción adecuativa de la verdad: La verdad de una fórmula, según lo dicho, se concibe como la coincidencia de lo que ella dice con los hechos, es decir con el estado de cosas que impera en la estructura en relación a la cual se interpretó el lenguaje al que pertenece la fórmula (en nuestro caso LPO). Es decir, una fórmula es verdadera si lo que ella dice (cuando es interpretada) es como ella lo dice. La verdad de una proposición (de una fórmula interpretada de acuerdo a las pautas establecidas) es, así, una *adaequatic intellectus et rei.* La validez del tertium supone una concepción adecuativa de la verdad.

La matemática intuicionista se refiere a números naturales y a sucesiones de números que pueden ser muy complicadas (por ejemplo, especies, abanicos) pero que, en último término, se refieren a números naturales. Si se quiere plantear con sentido la afirmación de que la matemática intuicionista muestra que el *tertium* no es un principio válido, hay que interpretar LPO en relación a una estructura de números naturales. Elegimos una estructura tipo:

(7) $$E_n = \langle N, A \rangle$$

en que N es el conjunto de los números naturales (incluyendo 0) y A contiene los atributos numéricos que se utilizan en la aritmética clásica (teoría clásica de los números), por ejemplo "=", "<",[4] ...

En relación a esta estructura la fórmula (2), se interpreta de la siguiente manera: dado un atributo monádico cualquiera A_j aplicable a números naturales y dado un número natural cualquiera n_i:

(8) $$A_j n_i \vee \neg A_j n_i$$

Ahora bien, es absolutamente evidente que dado un número natural n_i y un atributo monádico cualquiera A_j aplicable a los números naturales, (8) es una proposición verdadera. La evidencia nos muestra que si $A_j n_i$ es falso, entonces no puede ser que sea falso que n_i no tiene la propiedad A_j y viceversa. Desde luego, puede ser imposible saber si n_i tiene o no tiene la propiedad A_j. Pero si no la tiene, no puede ser falso que no la tenga. Aunque el *tertium* es evidente y es impensable que se puede encontrar un contraejemplo aritmético, no está demás analizar con mayor detalle la situación. Si se elige al azar una propiedad cualquiera aplicable a los números naturales, por ejemplo, la *propiedad de ser primo,* podemos plantearnos el siguiente problema: el número natural

(9) $$(2^n + 1)^{100\ 100\ 100}$$

es primo? Para n suficientemente grande, es obvio que no hay manera

[4] En LPO "+" y "·" no son atributos sino operadores, pero todo operador puede expresarse como atributo de manera que los atributos correspondientes pertenecen a A (no es necesario entrar en mayores detalles para desarrollar lo que sigue).

de saber si es primo o no lo es (probablemente, en los actuales momentos ninguna computadora puede resolver el problema). Pero, a pesar de esta limitación cognoscitiva, es absolutamente inconcebible que algún día se demuestre, por métodos aritméticos, por ejemplo, constructivos, que *no es primo* y que también pueda demostrarse que *es falso que no es primo.*

Vemos, así, que el *tertium* no remite en ningún momento al conocimiento de los hechos sino que prescribe una norma universal dentro de la cual tiene que encuadrarse todo conocimiento. Son infinitas las propiedades en relación a las cuales no se puede decir si un objeto de un universo determinado (del cual tiene sentido decir que puede tenerlas) las tiene o no las tiene. Pero lo que no puede jamás suceder es que no tenga una de ellas y que sea falso que no la tenga.

4. *El intuicionismo y la concepción epistémica de la verdad*

El intuicionismo parte de una concepción de la verdad matemática completamente distinta de la clásica. Ya hemos visto que la concepción clásica es una concepción *adecuativa de la verdad.* Frente a esta concepción existen otras como la teoría de la coherencia y la concepción epistémica. La concepción intuicionista es un tipo de concepción epistémica. La concepción epistémica de la verdad consiste en afirmar que *la verdad no puede separarse de su conocimiento.* Así, en el campo de las disciplinas matemáticas, que es el que interesa en el intuicionismo, según la concepción adecuativa, una proposición matemática es verdadera o falsa con total independencia de que alguien sepa que es verdadera o falsa. La situación es la misma que en relación a los objetos empíricos. No sabemos si hay o no habitantes en un planeta que gira en torno de una estrella en la mayor de las Nubes Magallánicas, pero es evidente que en dicho planeta hay habitantes o no los hay. Un intuicionista probablemente no negaría la aplicación del *tertium* en este caso, pero sí lo niega en el ámbito de las matemáticas. Una teoría matemática, digamos, la aritmética, es un intrumento lingüístico cuya finalidad es hacer posible el conocimiento del mayor número posible de proposiciones verdaderas en relación a una o más estructuras determinadas. En la concepción clásica hay, pues, de un lado, la verdad de las proposiciones y, del otro, el conocimiento de esta verdad. En la concepción epistémica no se diferencia entre la verdad y su conocimiento. Para un intuicionista una proposición matemática, digamos, aritmética, $F(m)$ *sólo es verdadera si se ha construido.* Construir una proposición es, precisamente, disponer de un método que permita, en un número finito de pasos, fundados en evidencias, *saber que m tiene la propiedad F.* Si se construye $F(m)$, *se sabe* que $F(m)$ es verdadera. Según la concepción adecuativa de la verdad, la relación entre la construcción de $F(m)$ y el saber que $F(m)$ es verdadera, no simétrica. La construcción de $F(m)$ es condición suficiente de la verdad de $F(m)$, pero no es condición necesaria. Para la concepción epistémica de la verdad, la construcción de $F(m)$ es condición suficiente y necesaria de la verdad de $F(m)$. Así como la concepción de la verdad es, en el intuicionismo, completamente distinta de la clásica, también lo es la concepción de la falsedad. En efecto, clásicamente $F(m)$ es falsa si m no tiene la propiedad F. Mas, para un intuicionista, $F(m)$ es falsa si es *imposible* construirla. Esta imposibilidad significa una sola cosa: que el intento de su construcción conduce a una contradicción.

Es, pues, claro que la concepción de la verdad intuicionista de la verdad y la falsedad, no tiene nada que ver con la clásica. La verdad y la falsedad de una proposición matemática es, para el intuicionista, otra cosa que para el matemático clásico. Y por eso sostener que porque en la matemática intuicionista y en la formalización intuicionista de la lógica no vale el principio $A \vee \neg A$ o $(x)(F(x) \vee \neg F(x))$, dicho principio no tiene validez universal, es *sostener un sinsentido.* Para que un principio cualquiera quede invalidado, debe poderse encontrar un contraejemplo en el ámbito de su aplicación. Para que el *tertium* deje de tener valor universal en la matemática, es necesario encontrar un contraejemplo, manteniendo la concepción adecuativa de la verdad. De otra manera no se sabe sobre lo que se está hablando.

Cuando se pasa de la concepción adecuativa de la verdad a la concepción epistémica, se cambia de horizonte. La situación se torna, en este caso, muy complicada, pues lo epistémico presenta una serie de variantes. La concepción intuicionista es una de ellas. En este caso es absolutamente evidente que $F(m)$ es verdadera cuando se ha construido, es decir, cuando *se sabe* que es construible, y falsa cuando es imposible construirla; y mientras no se sepa si es construible o no, *no es ni verdadera ni falsa.* Hay, en este caso, tres valores de verdad: $F(m)$ está construida, es decir, $v(F(m)) = V$; es imposible construir $F(m)$, es decir, $v(F(m)) = F$; no se sabe si es posible o imposible construir $F(m)$, es decir, $v(F(m)) = I$ (indeterminado o cualquier otro nombre). Pero, como acabamos de ver, este tercer valor I, depende exclusivamente del *conocimiento* de una o más personas, no de la *adaequatio* de $F(m)$ con un estado de cosas respecto de los números naturales.

Si utilizamos una concepción epistémica de la verdad, comienzan a pasar cosas muy raras. Así, yo puedo definir la verdad de una proposición como la coincidencia de dicha proposición con lo que se percibe. En este sentido la proposición "La Tierra es plana" es verdadera puesto que la Tierra se ve plana. Pero un astronauta que sale de la Tierra comienza a ver que de plana se va tornando esférica. Entonces llega a la siguiente verdad epistémica: la Tierra es plana cuando estoy sobre ella, pero conforme me voy elevando se va haciendo esférica. Contrariamente, según la concepción adecuativa de la verdad, la Tierra es redonda, aunque se vea plana. Si se mantiene la concepción epistémica anterior (una variable de las innumerables concepciones epistémicas que pueden adoptarse) resulta que en un mismo momento, para X la Tierra es plana, mientras que para Y es redonda. No hay manera de aplicar criterios públicos de verdad.

Desde luego, en la variante epistémica del intuicionismo sí hay un criterio público: la posibilidad o imposibilidad de construir una proposición matemática.[5] Mas, por el hecho de tratarse de una concepción epistémica, la lógica que vale para ella es diferente de la que vale para la concepción adecuativa.

La situación en relación al intuicionismo es típica: se produce cada vez que se encuentra la posibilidad de aplicar la lógica a tipos de expresiones diferentes de aquéllas a las que se aplica la lógica clásica. Así, la lógica clásica se aplica únicamente a proposiciones que no poseen, entre sus elementos,[6] los functores de necesidad y de posibilidad. Desde luego, se sabía perfectamente que las fórmulas válidas son necesarias, pero la necesidad del razonamiento lógico era un constituyente implícito de las expresiones lógicas, no explícito. Cuando se quiere explicitar la modalidad, el lenguaje de la lógica clásica no se da abasto, hay que enriquecerlo; y, además, se descubren de inmediato nuevos principios lógicos. Algo aún más característico sucede cuando se pasa del plano proposicional al no proposicional. Se descubre, mediante el análisis racional, que pueden establecerse relaciones de consecuencia lógica entre expresiones como imperativos (órdenes), normas, preguntas, creencias, dudas, etc. Estas relaciones lógicas son, en gran parte, desde el punto de vista formal, las mismas que las que existen entre las proposiciones, es

[5] Siempre y cuando los intuicionistas hagan concesiones, pues según Brouwer y Heyting, cada sujeto tiene su propia matemática, en la que cada proposición es un acto o un conjunto de actos de *su* pensamiento. El intuicionismo originario, es decir, el de Brouwer y Heyting, seguido hasta sus últimas consecuencias, se reduce a la psicología y al misticismo. *No wonder* que en este tipo de matemática las leyes lógicas sean diferentes de las clásicas. Pero, por favor, que no nos vengan a decir que la psicología y el misticismo ofrecen prueba plena de que el principio del tercio excluido es inválido. Si nos atenemos al misticismo y a los versos de Santa Teresa o de Sor Juana, toda la lógica (no sólo la clásica) queda invalidada.

[6] La lógica clásica, es decir, la lógica tal como queda constituida en *PM* (y teorías equivalentes). Pero en la lógica tradicional (la que nace con Aristóteles y se desarrolla, luego, en Grecia y durante una buena parte de la Edad Media), sí se aplicaba a proposiciones que incluían functores de necesidad y, en general, functores modales.

decir, las que estudia la lógica clásica. Pero hay algunas que son diferentes. Por ejemplo, cuando se trata de normas, no vale la ley de la adición; y cuando se trata de imperativos no vale la regla de generalización existencial. Sin embargo, a nadie se le ocurre decir que estos principios de la lógica clásica son inválidos. A nadie se le ocurre, pues, obviamente, el hecho de que los mencionados principios lógicos no se apliquen en la lógica de los imperativos o en la lógica deóntica, *no constituye un contraejemplo* en relación a la lógica clásica. No lo puede constituir porque los casos mencionados se presentan cuando se estudia la consecuencia lógica en relación a expresiones no proposicionales, mientras que la lógica clásica estudia las relaciones de consecuencia lógica entre las proposiciones. Para invalidar los principios mencionados se tendrían que encontrar contraejemplos proposicionales, utilizando proposiciones del mismo tipo que las que constituyen el ámbito de la lógica clásica.[7, 8]

5. *La matemática intuicionista no invalida el principio del tercio excluido*

De las anteriores consideraciones se desprende que el hecho de que en la matemática intuicionista no se considere válido el principio del tercio excluido, no tiene nada que ver con la invalidación de este principio desde el punto de vista de la lógica. Ya lo hemos visto, para que este principio quede invalidado, la invalidación debe presentarse *dentro del ámbito de su aplicación.* O sea, debe presentarse un ejemplo en el cual existan dos proposiciones que, *desde el punto de vista adecuativo de la verdad,* sean ambas falsas. Pero hasta el momento nadie ha dado este ejemplo; en consecuencia, no tiene sentido afirmar que la matemática intuicionista muestra que el *tertium* es inválido.

[7] Hay un tipo de lógica, la *lógica conexiva,* que considera inválidos principios tan evidentes como los de adjunción y de eliminación de la conjunción, en el ámbito proposicional. Pero este rechazo no se debe a que los conexivistas presentan contraejemplos aplicables a estos principios, sino debido a profundas razones teóricas relacionadas con el principio de relevancia. No puede, por eso, echarse mano del conexivismo para mostrar contraejemplos de principios lógicos clásicos. Por otra parte, los diferentes sistemas de lógicas conexivas aceptan todos el principio del tercio excluido.

[8] No debe pensarse que, por el hecho de que denunciemos como un mito la creencia de que la matemática intuicionista muestra que el principio del tercio excluido es inválido, consideremos que la lógica clásica es el *summum* de la perfección. Por el contrario, creemos que tiene una serie de defectos que deben ser superados y que lo han sido ya, en gran parte, gracias al moderno desarrollo de las lógicas libres, de la lógica neutral y de la lógica relevante (de la cual el tipo más importante y que mayor eficacia ha tenido para superar las limitaciones clásicas, es la lógica del entrañamiento *(entailment).* Pero nada de esto invalida el principio del tercio excluido contra cuya evidencia, en el campo proposicional, nunca nadie ha sido capaz de encontrar un solo contraejemplo.

Lo que han hecho los intuicionistas es *cambiar el significado* del concepto de verdad en matemáticas. Si se acepta este cambio, el *tertium* no se aplica; pero su no aplicación se refiere a una lógica epistémica, no a una lógica objetiva. Mientras no se presente un ejemplo que muestre que dos proposiciones contradictorias A y $\neg A$, o $F(a)$ y $\neg F(a)$ son ambas falsas en el sentido de que ninguna corresponde a los hechos, el *tertium* sigue siendo tan universal y necesario como lo fue siempre. La famosa invalidación como consecuencia de la matemática intuicionista, queda reducida a un mito.

6. *Apéndice: el* tertium *y la penumbra extensional de los conceptos*

Una manera de poner en cuestión la validez del *tertium*, es utilizando *conjuntos difusos*. Los conceptos matemáticos (por lo menos en su gran mayoría) tienen una extensión bien definida. Pero los conceptos empíricos tienen una extensión vaga. Hay objetos que, con toda claridad, pertenecen a la extensión de un concepto, mientras que la pertenencia de otros es dudosa. Toda extensión de un concepto empírico presenta dos subconjuntos: uno nuclear constituido por los objetos que, con toda seguridad, pertenecen a dicha extensión, y otro penumbral en relación al cual es difícil, a veces imposible, saber si un objeto le pertenece o no le pertenece. Es decir, la extensión de un concepto empírico es un *conjunto difuso*. Los ejemplos son infinitos pero los más ilustrativos son los referentes a propiedades cuya intensidad es continua, por ejemplo los colores. Así, en el espectro hay un momento en que el rojo se va transformando en amarillo. ¿En qué momento el rojo deja de ser rojo y el amarillo comienza a ser amarillo?

Muchos lógicos dialécticos sostienen que, en relación a las propiedades de este tipo, no vale el principio del tercio excluido. Así, hay un lugar en el espectro en que es falso que el color sea rojo y también es falso que sea amarillo. Esto permitiría afirmar lo siguiente: "x es amarillo" es una proposición falsa (en que "x" es una variable que puede ser sustituida por cualquier constante individual que denote una superficie coloreada del espectro analizado), y "x no es amarillo" es también una proposición falsa.

Recordemos que el significado de la expresión "x no es amarillo" es exactamente la misma de "es falso que x sea amarillo".

Lo que sucede en este caso es que se está confundiendo el plano epistémico con el ontológico. Cuando en casos como el analizado, se pregunta a una persona si la superficie que está contemplando (que puede ser muy pequeña, por ejemplo, una rayita muy delgada) es amarilla, su respuesta seguramente será: "no sé". A veces dirá que es amarilla, a veces dirá que no es amarilla. Pero una cosa es lo que el sujeto cree ver y otra es la verdad y la falsedad de una proposición como "*x* es amarillo". Cuando se trata de propiedades que tienen intensidades continuas, a veces es imposible *saber* cuando una superficie tiene o no la propiedad. Pero una vez que se llega a la conclusión de que "*x* es amarillo" es una proposición falsa, entonces es imposible sostener que la *proposición "x no es amarillo" es también falsa.* Porque, precisamente, lo que se quiere decir cuando se afirma que "*x* es amarillo" es una proposición falsa, es que la proposición "*x* no es amarillo" es una proposición verdadera. Intuitivamente: si algo no es amarillo, no puede ser que sea falso que no sea amarillo.

Una cosa es, pues, que *nunca puede saberse* con certeza si *x* tiene o no la propiedad *F*, y otra, muy distinta, que *x* no tenga la propiedad *F* y que sea falso que no la tenga. El principio del tercio excluido nos dice que dos proposiciones contradictorias no pueden ser falsas, y en este sentido, es evidente que, dada una propiedad *F*, y un objeto cualquiera *x* del cual tiene sentido predicarla, *x* tiene la propiedad *F* o no la tiene.

Cuando se analiza la región del espectro (para seguir con nuestro ejemplo), en relación a la cual es muy difícil, tal vez imposible, saber si es amarilla o roja, un hecho que puede dar la impresión de que no se cumple el *tertium* es que muchos observadores pueden decir: no es amarilla, pero tampoco es roja. Mas este hecho no significa de ninguna manera que dicha región no es amarilla y que es falso que no es amarilla (y lo mismo respecto del rojo). Si no es amarilla y tampoco es roja, entonces es de otro color que merece un nombre especial, podría ser, por ejemplo, *romarilla.* Es como en el caso del rosado: que no es ni rojo ni blanco, pero que es un color distinto, el rosado.

De manera general, cuando las extensiones son de conceptos empíricos, hay siempre una penumbra en relación a la cual es difícil (y a veces imposible) *saber* si un objeto tiene o no tiene la propiedad que determina la extensión. Pero esta situación es epistémica, no objetiva. Del hecho de que no se sepa si un objeto *x* pertenece o no a la extensión *A* de un concepto, *no puede deducirse,* de ninguna manera, que *x* no pertenece a *A*, pero que es falso que no le pertenezca. Si no le pertenece, no puede ser falso que no le pertenezca. Afirmar esto, sin presentar un ejemplo de pertenencia y no pertenencia, es un mito. Y hasta el momento, por lo menos, hasta donde llega nuestra información, nadie ha presentado un ejemplo convincente. A pesar de la cuantiosa literatura, no hay un solo contraejemplo riguroso del principio del tercio excluido.