GEOMETRÍA Y ALTERIDAD EN KANT

MARÍA INÉS COCCO Y EDUARDO DANIEL DIB

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
ARGENTINA

Introducción

En su juventud, y con anterioridad al desarrollo de la filosofía crítica, Kant manifestó su entusiasmo por una geometría de todos los tipos posibles de espacio, y no sólo del espacio conocido.

Como esos tipos de espacio Kant los refería cada uno a un mundo posible,[1] distinto, es razonable pensar que la "geometría suprema",[2] como Kant la denominó, en realidad era el nombre genérico para un conjunto de geometrías diversas que describen espacios igualmente diversos. Entre ese conjunto genérico se encuentra la geometría de Euclides, y cabe preguntarse si ésta es la única especie conocida por nosotros. ¿Acaso entre las otras geometrías no podrían encontrarse las que hoy conocemos como no euclídeas, desarrolladas por Gauss, Bolyai-Lobachevsky y Riemann?

Creemos que no es así, y es lo que nos proponemos mostrar en este trabajo. Sostendremos, por lo tanto, la distinción entre las denominaciones "otras geometrías" y "geometrías no euclídeas" y desarrollaremos la incompatibilidad entre ambas tal como ésta se sigue de los textos de Kant.

Intentaremos asimismo una caracterización de las "otras geometrías" con base en la noción de "espacio habitado", por nosotros... o por otros, por los posibles habitantes de otros universos o de otras regiones de este mismo. Así, las "otras geometrías" quizá podrían ser comprendidas mejor si las viéramos como geometrías de los otros (o de la alteridad), que si las tratamos de confundir con las geometrías no euclídeas. Finalmente, expondremos la vinculación de la alteridad con la noción de "nóumeno".

Desarrollaremos nuestro tema en cuatro secciones, comentando los textos siguientes: en la primera sección, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*; en la segunda, *Sobre el fundamento primero de*

[1] En sentido leibniziano.

[2] "Die höchste Geometrie".

la diferencia entre las regiones del espacio, más conocido como el Artículo del '68; en la tercera, la *Crítica de la razón pura*; y en la cuarta, *Historia general de la naturaleza y teoría del cielo*.

En la sección 1 veremos que Kant creía en la posibilidad de otros universos con propiedades espaciales distintas de las del universo actual. Esta posibilidad determina la noción de alteridad en el Kant precrítico. Las propiedades mencionadas no parecen identificables con las propiedades descritas por las geometrías no euclídeas. Tempranamente la alteridad, en lo referido al espacio, aparece como plenamente posible, aunque también como difícilmente cognoscible desde el punto de vista de la situación humana.

En la sección 2 nos detenemos a considerar el Artículo del '68. Encontramos que nada aporta a la confrontación de las "otras geometrías" de Kant con las geometrías no euclídeas, así como tampoco hace contribución alguna al tema de la alteridad. Esta constatación es necesaria dada la importancia del artículo como referente infaltable en la caracterización de la doctrina precrítica del espacio.

En la sección 3 encontramos que la filosofía crítica sólo suministra bases para concebir el espacio según la geometría de Euclides. Pero también queda sugerida la posibilidad de otros seres racionales para los cuales las condiciones *a priori* de la sensibilidad poseerían una estructura diferente, posibilidad que establece el tema de alteridad en la *Crítica*.

En la sección 4 descubrimos que Kant consideraba la existencia de otros seres racionales más bien una posibilidad real que una mera posibilidad lógica, lo cual, conociendo la importancia de la distinción entre ambos tipos de posibilidad, corrobora la relevancia que tiene el tema de la alteridad en el contexto de la filosofía kantiana.

1. *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*

En esta obra, Kant conjetura que las "propiedades de la extensión" (o sea, del espacio) tienen un fundamento, y que éste es la ley de gravitación universal, que afirma que la fuerza de atracción entre dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Esta concepción implica la prioridad ontológica y causativa de las cosas sobre el espacio.

> las sustancias en el universo [...] del cual formamos parte tienen fuerzas esenciales [...] sus acciones se propagan [...] en proporción inversa al cuadrado de las distancias [...] el todo resultante tiene [...] la propiedad de la tridimensionalidad. [...] esta ley es arbitraria y [...] Dios hubiera podido elegir otra [...] *de otra ley se habría derivado una extensión de otras propiedades y dimensiones*.

> Una *ciencia de todas estas posibles clases de espacios* sería [...] la más alta geometría abordable por un entendimiento finito.[3]
>
> Se infiere de lo anterior que son posibles otras geometrías, cada una correspondiendo a cada tipo diferente de espacio.[4]

Sin embargo, hay motivos para pensar que estas "otras geometrías" no pueden ser las actuales geometrías no euclídeas. Si todas las "propiedades de la extensión" dependen de la misma ley de atracción, entonces no sería posible pensar una ley distinta sin cambiar *todas* las propiedades simultáneamente. Todas las propiedades del espacio dependen causativamene de la ley de gravitación con exclusividad. Modificando esa causa única, necesariamente se modificarían todos los efectos (las distintas propiedades del espacio) que dependen de ella simultáneamente. O sea, la dimensionalidad y las "otras propiedades" estarían necesariamente coordinadas entre sí y no sería posible mantener constante a una de ellas mientras se varían las otras. Así, no sería concebible un espacio con tres dimensiones, como el nuestro, pero con otras propiedades métricas. De esto último es precisamente de lo que tratan las geometrías de Riemann y Lobachevsky. Las propiedades métricas son relaciones entre las medidas que caracterizan a los objetos geométricos. Una métrica determinada define el sistema de relaciones cuantitativas que caracteriza a una geometría dada. Las relaciones se expresan en ecuaciones y el sistema formado por las mismas, lo que llamamos métrica, constituye un cálculo. En la geometría de Euclides, la suma de los ángulos internos de un triángulo de lados rectos es siempre igual a 180°. Ésta es una relación fija entre objetos geométricos expresada en forma de ecuación. Es un ejemplo particular de propiedad métrica. En la geometría de Riemann dicha suma es siempre mayor que 180°, y en la de Bolyai-Lobachevsky es siempre menor que 180°. Las tres geometrías admiten modelos de *n* dimensiones, incluyendo el espacio tridimensional, o sea, que Riemann describía un espacio de tres dimensiones donde los ángulos internos de un triángulo sumaban más de 180°, y Lobachevsky describía otro espacio tridimensional donde dichos ángulos sumaban menos de 180°. Esto pone un ejemplo de lo que significa un espacio de tres dimensiones con propiedades métricas distintas de las del nuestro: un espacio donde la suma de los ángulos internos de un triángulo de lados rectos es siempre diferente de 180°.

Este argumento, que establece la diferencia entre las "otras geometrías" de Kant y las geometrías no euclídeas, quedaría invalidado si fueran conce-

[3] I. Kant, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, no. 10, pp. 35–36. (Las cursivas son nuestras.)

[4] R. Gómez, "Kant, 1747 ¿filósofo no euclideano?", p. 169.

bibles otros mundos posibles donde la causa de las propiedades espaciales *no* fuera la ley de atracción. Pero Kant en 1747 profesaba la fe de Leibniz en la monadología,[5] y concebía los mundos posibles como formados de sustancias simples (o sea, mónadas) y sus enlaces mutuos. La diferencia con Leibniz es que los cambios en las sustancias no se piensan con respecto a una "armonía preestablecida", sino con respecto a la "fuerza activa" propia de cada sustancia. No existiría mundo alguno si esta fuerza no fuera operante:

> no se puede decir que algo sea parte de un todo si no está enlazado de algún modo con las partes restantes [...] el universo es un ser [...] compuesto,...[6]
>
> Es fácil probar que no habría espacio ni extensión si las sustancias estuviesen desprovistas de fuerza para actuar fuera de sí. Porque sin esta fuerza no hay enlace alguno; sin éste tampoco orden y [...] sin éste, tampoco espacio.[7]
>
> La fuerza con que actúa una sustancia al asociarse a otras no puede concebirse sin una ley que se manifieste en la forma de su acción.[8]

Así, no podemos concebir otros mundos sino como compuestos de mónadas que interactúan desde una fuerza que es su componente esencial y cuya ley de acción determina el espacio y sus propiedades.

Otras veces,[9] Kant se refiere únicamente a "otras dimensiones" e ignora las "otras propiedades". Si suponemos que éstas permanecen invariables, obtendríamos una serie de espacios euclideanos *n* dimensionales.[10] Esta interpretación no resultaría congruente con las otras secciones que ya analizamos. Por lo tanto, conviene desecharla. Ya que *esta sección particular* nada dice acerca de las "otras propiedades", no es necesario suponer las mismas invariables. Aunque Kant no lo indica explícitamente, podríamos preguntarnos si sería congruente con su doctrina hablar de espacios que compartan la misma dimensionalidad, pero con distintas propiedades métricas.

Pensamos que no lo sería. Kant piensa las "otras geometrías" en términos de mundos o universos radicalmente separados. Lo único que garantiza esa separación con fuerza de necesidad es la diferencia en el número de

[5] *Cfr.* en particular, I. Kant, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, nos. 1 y 2. Esta concepción también está desarrollada en su obra de 1756, titulada precisamente la *Monadología física*.

[6] I. Kant, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, no. 8, p. 33.

[7] *Ibid.*, no. 9, p. 34.

[8] *Ibid.*, no. 10, p. 35.

[9] "Si es posible que haya extensiones de *otras dimensiones*, también es muy probable que Dios las haya puesto en alguna parte..." (*Ibid.*, p. 36 [las cursivas son nuestras].)

[10] "Es razonable suponer que la 'geometría suprema' en que Kant piensa no es sino una geometría euclideana de *n* dimensiones" (R. Torretti, *Kant*, n. 277, p. 190).

dimensiones. Por lo tanto, debe haber un solo universo de *n* dimensiones, pues si hubiera más, la separación entre ellos no sería necesaria.[11]

Tampoco sería posible que se diera la diversidad de propiedades dentro de un mismo universo, porque la ley de atracción es una característica esencial, o sea *universal*, de la sustancia. Dicha universalidad garantiza la homogeneidad del espacio. Asimismo, todo espacio de tres dimensiones tendría las mismas propiedades que el que conocemos, ya que la ley de gravitación que lo cause deberá ser idéntica a nuestra ley de Newton, y como de causas iguales se siguen efectos iguales, esta ley de gravitación causará que las otras propiedades también sean iguales a las del espacio que conocemos.

No hay indicios de que por "otras propiedades" Kant se refiriera específicamente a propiedades métricas. Probablemente se refería a *cualquier* propiedad imaginable, y simplemente ni siquiera intentó determinarlas, quedando la alusión como una simple sugerencia. Así vemos que Kant carecía de las distinciones necesarias para aludir a la posibilidad de las geometrías no euclídeas que hoy conocemos. Pero, además, vimos que la rigidez con que deberían ir coordinadas las propiedades espaciales de cada mundo probable elimina directamente dicha posibilidad.

Resumiendo: cada mundo está caracterizado por su ley de atracción particular que determina sus propiedades específicas, y está separado de los otros mundos pues todos poseen distinto número de dimensiones.

Las "otras geometrías" de Kant probablemente sólo quepa imaginarlas como la radical alteridad de otro universo.

2. *Sobre el fundamento primero de la diferencia entre las regiones del espacio*

Aquí, la cuestión de la prioridad ontológica entre el espacio y las cosas recibe un tratamiento distinto y una respuesta opuesta a la que tuviera en las *Fuerzas vivas*.[12]

El espacio precede a las cosas y en el análisis que le permite establecerlo Kant apela a dos propiedades topológicas del espacio: la dimensionalidad y

[11] "Porque de ser posible *solamente* el espacio tridimensional, los otros universos situados fuera del que habitamos podrían relacionarse en el espacio con el nuestro, dado que son espacios de la misma clase. Entonces cabría preguntarse por qué Dios ha separado un universo de los demás" (I. Kant, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, no. 11, p. 36 [las cursivas son nuestras]).

[12] Mientras en las *Fuerzas vivas*, como ya se afirmó, las cosas preceden al espacio, en el Artículo del '68 es el espacio el que precede a las cosas, en tanto que "el fundamento de la determinación *cabal* de una figura corpórea no depende únicamente de la mutua relación y la posición relativa de sus partes, sino además de una relación con el espacio general absoluto. . . " (I. Kant, "Sobre el fundamento primero de la diferencia entre las regiones en el espacio", p. 143 [las cursivas son nuestras].)

la orientabilidad.[13] Los argumentos con los que pretende establecer ambas propiedades ya han sido superados[14] y nada permiten deducir acerca de propiedades métricas, por lo que nada se puede inferir de este artículo acerca de la posibilidad o de la imposibilidad de las geometrías no euclídeas. Tampoco puede agregarse nada desde aquí al problema de la alteridad, ya sea del espacio o de los observadores.

3. *Crítica de la razón pura*

> La imposibilidad que percibimos en nosotros mismos para figurarnos un espacio de más de tres dimensiones, me parece estribar en que nuestra alma recibe [. . .] las impresiones externas según la ley de la [. . .] relación inversa [al cuadrado] de las distancias, y en que [. . .] no sólo sufre, sino que actúa fuera de sí de esta manera.[15]

Podemos ver en esta cita de las *Fuerzas vivas* que, tanto las condiciones de nuestra percepción, como las del espacio que podemos construir y habitar, están dadas por una ley objetiva. En cambio, en el periodo crítico estas condiciones radican en la estructura trascendental de la subjetividad humana.

[13] La dimensión que explicita Kant en este artículo es la tridimensionalidad, se refiere a ella del siguiente modo: "en el espacio corpóreo, debido a sus *tres dimensiones*, pueden concebirse tres planos, cada uno de los cuales corta perpendicularmente a los otros dos" (*op. cit.*, p. 141. [las cursivas son nuestras]). La otra propiedad topológica mencionada aquí, la orientabilidad, se manifiesta específicamente en el fenómeno de las contrapartidas incongruentes. Puesto que "la posibilidad de las contrapartidas incongruentes implica que la figura de un cuerpo no depende únicamente de la distancia entre los puntos discernibles en él, de modo que la determinación del espacio que el cuerpo ocupa no puede efectuarse en forma completa si no se conocen más datos que las posiciones relativas de sus partes" (R. Torretti, *Kant*, p. 122). También es necesaria la orientación de dichas partes en relación con las regiones del espacio; esta orientación consiste en una relación del cuerpo con el "espacio universal como una unidad de la cual cada extensión tiene que ser considerada como parte" (I. Kant, "Sobre el fundamento primero de la diferencia entre las regiones del espacio", p. 140).

[14] "Wir sind jetzt in der Lage, relativ klar sagen zu können, was man heute über die Geometrie des Rechts und Links mehr weiß als Kant. Erstens wissen wir aufgrund globaler geometrischer Betrachtungen, die die Möglichkeit nichtorientierbarer 3-dimensionaler Mannigfaltigkeiten aufzeigen, daß Kants Suche nach inneren geometrischen Eigenschaften, die das Nicht-zur-Deckung-bringen-können erklären könnten, verfehlt ist. Solche Eigenschaften gibt es nicht. Und zweitens wissen wir, daß bei einer Beschränkung auf lokale geometrische Betrachtungen das Rechts-Links-Phänomen weniger ein eigentlich geometrisches ist, als vielmehr ein kombinatorisch-arithmetisches: Es hat mit Vertauschungen (Transpositionen) zu tun und mit dem Zählen von Vertauschungen" (Mülhölzer, F., "Das Phänomen der inkongruenten Gegenstücke aus Kantischer und heutiger Sicht" en *Kant-Studien*, no. 83, 1992, p. 452. *Cfr.* también R. Torretti, *Kant*, pp. 85–86 y "La geometría en el pensamiento de Kant", pp. 61–75).

[15] I. Kant, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, no. 10, p. 36.

El método de Euclides, en su formulación primitiva, no es puramente deductivo, sino constructivo-deductivo, y Kant así lo entendió[16] en el periodo crítico: la intuición no sólo verifica los postulados, sino que participa en la demostración de los teoremas.

No podemos derivar otras geometrías de un simple cambio en algunos de los postulados. Dicho cambio, aplicado a una *axiomatización* de la geometría euclídea, permite obtener teoremas distintos de los clásicos a partir de la aplicación de la regla de inferencia. Pero aplicado al método de Euclides *tal como Kant lo concebía*, o sea en su forma original no axiomática, no permitiría comenzar a trabajar siquiera, ya que dicho trabajo implica dibujar o construir los objetos, para *luego* razonar y deducir sus propiedades. De este modo, las geometrías no euclídeas, que desde este punto de vista resultan de una variación en el sistema de Euclides, no podían estar en el horizonte de Kant. Sobre este punto debemos hacer una aclaración. Hay modelos en la intuición que ilustran ciertos aspectos de las geometrías no euclídeas. Sin embargo, el obstáculo para representar dichas geometrías según el método de Kant estriba en el requisito de construir los objetos en el espacio real, no en un modelo *ad hoc*. Además debemos considerar que, si bien es posible visualizar figuras (dos dimensiones) no euclídeas proyectándolas, por ejemplo, sobre la superficie de una esfera, cuya curvatura sobre la tercera dimensión simula la curvatura gaussiana del plano, no podemos hacer lo mismo con cuerpos (tres dimensiones), ya que somos seres tridimensionales y no disponemos de una dimensión extra para representar la curvatura del espacio y poder apreciar el resultado. Siguiendo el ejemplo de la esfera, no disponemos de una "hiperesfera" cuyo volumen se curve en la cuarta dimensión.

Finalmente, debemos decir que aunque no suministra el fundamento para desarrollar las geometrías no euclídeas, la filosofía trascendental tampoco niega de manera absoluta la posibilidad de las mismas. Sobrevive la posibilidad lógica,[17] aunque no intuitiva, de dichas geometrías. Si éstas fueran

[16] "Kant [. . .] opina que las fases que Proclo llama [éctesis y catásgene], al exhibir los datos y completarlos según las posibilidades que esa misma exhibición hace presentes, constituyen el aspecto distintivo del método matemático, sin el cual éste no puede procurarnos conocimientos realmente nuevos. La 'construcción' en el sentido kantiano (que comprende la [éctesis], más la [catásgene] [. . .]) exhibe intuitivamente los datos en que ha de apoyarse la demostración" (R. Torretti, "La geometría en el pensamiento de Kant", p. 99).

[17] Para Kant, es lógicamente posible todo lo que no vaya contra el principio de contradicción. Este principio por sí solo no basta para caracterizar a las "otras geometrías". "Logical possibility, the wider notion, is characterized in terms of the law of contradiction, real possibility in terms of the principles of possible experience, *viz.* the Categories" (G. Brittan, *Kant's Philosophy of Science*, p. 21). "Alles Wirkliche ist möglich; hieraus folgt: einiges Mögliches ist wirklich, was zu bedeuten scheint: es ist vieles möglich, was nicht wirklich ist, *d.h. das Feld der*

posibles real, además de lógicamente, lo serían sólo para otros, para seres racionales distintos de los humanos y con otras capacidades sensibles,[18] pues el método geométrico es un híbrido de deducción lógica y construcción sensible, y tiene un sentido holístico que no permite prescindir de ninguno de esos dos aspectos. Estos otros "seres racionales" con su peculiar intuición del espacio caracterizan la noción de alteridad en la *Crítica*.

4. *Historia general de la naturaleza y teoría del cielo*[19]

Al comienzo del apéndice titulado "Sobre los habitantes de los astros" se lee lo siguiente:

> Aunque parezca [. . .] que en el juicio sobre la condición de los habitantes de mundos lejanos está permitido dar rienda suelta a la imaginación [. . .] debo confesar, sin embargo, que las distancias de los cuerpos siderales del sol traen consigo determinadas relaciones que implican una influencia esencial sobre las diversas propiedades de los seres racionales que en ellos se hallan, puesto que su manera de actuar y de sufrir está ligada a la calidad de la materia con la que están vinculados y depende del grado de las impresiones que el mundo despierta en ellos según las características de la relación de su lugar de residencia al centro de atracción y del calor.

M. ist grösser als das der Wirklichkeit" (R. Eisler, *Kant-Lexikon*, p. 369. (Artículo: Möglichkeit) [las cursivas son nuestras]. *Cfr.*, I. Kant, *Crítica de la razón pura*, A 220–221 = B 268).

18 "Sólo podemos [. . .] hablar del espacio [. . .] desde el punto de vista humano. La forma constante de esa receptividad que llamamos sensibilidad es una condición necesaria de todas las relaciones en las que intuimos objetos como exteriores a nosostros [. . .] podemos decir que el espacio abarca todas las cosas que se nos pueden manifestar exteriormente, pero no todas las cosas en sí mismas, sean intuidas o no y sea quien sea el que las intuya. En efecto, no podemos juzgar si las intuiciones de otros seres pensantes están sometidas a las mismas condiciones que limitan nuestra intuición y que tienen para nosotros validez universal. Si añadimos al concepto del sujeto la limitación de un juicio, éste posee entonces validez absoluta. La proposición: 'Todas las cosas se hallán yuxtapuestas en el espacio' es válida [en A: 'sólo es válida'] si la limitamos de forma que esas cosas sean entendidas como objetos de nuestra intuición sensible" (*op. cit.*, A 27= B 43, p. 72).

19 La *Historia general de la naturaleza y teoría del cielo* es un texto del año 1755, por tanto, pertenece al periodo precrítico de Kant. Es más, se puede afirmar una estrecha conexión entre el tema de esta obra y el de las *Fuerzas vivas*. En la *Historia general de la naturaleza y teoría del cielo*, Kant pretendía explicar mecánicamente el origen de la estructura del universo, y a partir de aquí hacer lo propio con los fenómenos compuestos de la naturaleza. Para ello debía rectificar el concepto leibniziano y cartesiano de fuerza en el sentido de la filosofía natural de Newton. Esto fue realizado en las *Fuerzas vivas*. (*Cfr*. Boehm, P., *Die vorkritischen Schriften Kants*, pp. 15–16.) Es necesario aclarar que la ubicación que damos, en el presente artículo, a la *Historia general de la naturaleza y teoría del cielo después* de la *Crítica* obedece a nuestro propósito: enfatizar el tema de la alteridad en el pensamiento de Kant.

> Creo, por cierto, que no es necesario afirmar que todos los planetas deben estar habitados, aún cuando sería una incongruencia negarlo respecto de todos o la mayoría de ellos.[20]

Como vemos, Kant funda la posibilidad de los otros seres racionales, no en el hecho de que no exista contradicción interna en el concepto de los mismos (lo que constituiría su posibilidad lógica), sino en la experiencia posible,[21] es decir, en lo que sabemos o podemos llegar a conocer acerca de los otros planetas (lo que constituye su posibilidad real). Se podría objetar en este punto que el concepto de experiencia posible fue desarrollado por Kant recién en la *Crítica de la razón pura*. Sin embargo, vimos que en esta última obra Kant vuelve a mencionar, esta vez sin especificarla, la posibilidad de los otros.[22] Por lo tanto, es congruente pensar que los conceptos de experiencia posible y posibilidad real de otros seres racionales fueron sostenidos conjuntamente por Kant durante el periodo crítico. La creencia en la existencia de otros seres racionales es una convicción metafísica fundamental de Kant, presente tanto en el periodo precrítico como en el periodo crítico.[23]

Geometría y alteridad

Saber que el espacio al que Kant se refería es el espacio real, el espacio en que se dan los cuerpos físicos y sus desplazamientos, el espacio habitado y conocido por nosotros mismos,[24] nos sugiere una interpretación que no trata de interpolar la concepción de Kant con la lógica y la matemática modernas.

La filosofía de Kant (además de contestar por qué la geometría es adecuada para describir el mundo objetivo) explica por qué los seres humanos coinciden en sus juicios geométricos. La pregunta acerca de la intersubjetividad no se da explícitamente en Kant, pero es un tema que podría abordarse. Consideremos que para Kant hay ciertos seres (los humanos) que comparten ciertas estructuras cognitivas en las que se basan sus coincidencias. Las

[20] I. Kant, *Historia general de la naturaleza y teoría del cielo*, pp. 187–188.

[21] *Cfr.* n. 17 (cita de Brittan).

[22] *Cfr.* n. 18 (cita de la *Crítica de la razón pura*).

[23] Es por esta razón que Alois Riehl, al examinar el desarrollo filosófico de Kant, afirma que "Gedanken dieser Art gehören zu dem ursprünglichen Besitze einer Philosophen, sie werden bei aller ihrer ferneren Abwandlung und Entwicklung nicht eigentlich vermehrt. . . " (A. Riehl, *Der philosophische Kritizismus*, p. 275.)

[24] "El tema de la filosofía del espacio de Kant es lo que hemos llamado el espacio físico, el espacio en que se mueven los cuerpos [. . .] en [el] que nos movemos en nuestra vida diaria, vemos salir y ponerse el sol y acontecer las acciones grandes y pequeñas de la historia es el mismo espacio en que la ciencia física sitúa los movimientos cuyas leyes estudia" (R. Torretti, *Kant*, pp. 70–71).

condiciones para estas coincidencias no se dan por supuestas, sino que se elaboran en la *Crítica de la razón pura*. En el momento de las *Fuerzas vivas*, en que Kant sostenía una concepción objetiva del espacio, llamativamente tampoco daba por supuesto el fundamento de la estructura del mismo. Este fundamento era especulativamente identificado con la ley de gravitación universal y resultaba inmediatamente inferible la posibilidad de seres que no compartieran dicho fundamento.[25] Así, quedaba claro que la coincidencia en la apreciación del espacio no se daba por supuesta tampoco en este periodo, sino que adquiría un carácter problemático.

¿Las personas coinciden solamente porque aplican el mismo método? Si fuera así, bastaría con la geometría y no sería necesario filosofar sobre ella. Sin embargo, Kant estima necesario explicar por qué todos interpretamos el método y seguimos sus reglas de idéntica manera. Así, el método constructivo-deductivo de Euclides constituye un aspecto heurístico del trabajo geométrico, que se complementa con un aspecto sensible, dado en la forma de nuestra intuición.

¿Cómo reaccionarían distintas personas a las que se dieran los principios para construir una figura? ¿Hay algo que garantice la coincidencia de sus dibujos? Kant encabeza las *Fuerzas vivas* con la siguiente frase de Séneca:[26] "Nada, pues, más importante que no seguir, a la manera de los rebaños, a los que van adelante, caminando no adonde se debe ir, sino por donde de ordinario se va." Kant, de todas maneras, pensaba que cierta uniformidad en las respuestas era necesaria. Conocer el fundamento de las propias acciones es lo que diferencia a los seres racionales del rebaño. En las *Fuerzas vivas* el fundamento para la geometría es la ley de gravedad de Newton, en el periodo crítico es la intuición pura y el esquematismo.

Siempre es fundamental confrontar al geómetra con el desafío de la construcción, no sólo a su entendimiento sino al individuo completo, con sus ojos y su razón, su regla y su imaginación, su dibujo y su esquema mental. Así, no importa tanto especificar de una manera lógicamente rigurosa condiciones (tales como la continuidad) que deben cumplir los objetos geométricos como quiere por ejemplo Friedman,[27] sino más bien fundamentar por qué determinados procedimientos de construcción y deducción, seguidos por diferentes personas, deberían llevar siempre a idénticos resultados. Las reglas

[25] Gómez, en su artículo "Kant, 1747 ¿filósofo no euclideano?", concluye que: si hubiésemos nacido en cualquiera de esos otros mundos, seríamos capaces de representarnos (intuitivamente) las tesis no euclideanas de las geometrías de esos espacios.

[26] La traducción de esta frase es de J. Arana Cañedo-Argüelles en su comentario a las *Fuerzas vivas*, en I. Kant, *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, p. 314.

[27] *Cfr.* la interpretación que hace de este tema en M. Friedman, *Kant and the Exact Sciences*, cap. 1 de la Parte I, titulado "Geometry".

del procedimiento consideradas formalmente no garantizan la homogeneidad de los resultados.[28] Esta homogeneidad está necesariamente limitada a un entorno particular. Como vimos en la sección 1, en las *Fuerzas vivas* ese entorno es "este mundo" por oposición a otros "mundos posibles". Cada mundo está caracterizado por su ley de atracción particular que determina sus propiedades específicas y está separado de los otros mundos, pues todos poseen distinto número de dimensiones. Así, la alteridad de esos otros mundos es radical. Según vimos en la sección 3, en el periodo crítico el entorno es nuestra "intuición pura", por oposición a la intuición presumiblemente alterna de otros posibles seres racionales.[29] Como vimos en la sección 4, Kant creía en la posibilidad real de estos seres.

Nuestro entorno sólo es un fragmento de la realidad. Esta realidad siempre desborda nuestra comprensión y lo hace de una manera indescriptible. "No podemos considerar las especiales condiciones de la sensibilidad como condiciones de posibilidad de las cosas [la realidad completa], sino sólo de

[28] ¿Qué pasaría si formulásemos otro procedimiento de construcción, como el de las trivariedades, que con base en la intuición del espacio real permita representar objetos no euclideanos? Esta construcción no podría ser terminada empíricamente (en un modelo de cartón plegado, por ejemplo) pero conduce a la imaginación hacia una representación en la que concurren imagen e intelección. "Una de las dificultades del estudio de las trivariedades es que la visualización directa debe, en parte, dejar su puesto a la representación abstracta [...] Considérese la trivariedad generada a partir de un bloque rectangular de espacio; *v.g.*, el espacio interior de una habitación. Péguese, en abstracto, la pared delantera de la habitación con la trasera, la pared de la derecha con la de la izquierda, y el suelo con el techo. Si los pegamientos se hicieran realmente, tendría uno que imaginarse a la habitación doblándose [...] en una cuarta dimensión. Sin embargo, todo cuanto necesitamos para describir la variedad está dado por el procedimiento [descripto]. Si un objeto [...] se mueve hacia la pared delantera, desaparece en esa pared para reaparecer en la trasera; análogamente, el objeto desaparece por la pared de la derecha al mismo tiempo que reaparece por la de la izquierda y reaparece por el suelo conforme desaparece por el techo" (W. Thurston, y J. Weeks, "Matemática de las variedades tridimensionales", pp. 86–87). Probablemente Kant no aceptaría este tipo de representación, ya que él requiere la posibilidad empírica de la construcción. Una vez construido un triángulo, el entendimiento nos dice que se trata sólo de un ejemplo y que debemos ver en él propiedades comunes a todos los triángulos. Pero es necesario para la validez de la prueba poder trazar y ver la figura. "Und natürlich besteht ja die mathematische Praxis des sich an Euklid anlehnenden Geometers gewöhnlich in der Konstruktion geometrischer Begriffe in der empirischen Anschauung, in der Herstellung räumlicher Figuren *auf dem Papier mit Zirkel und Lineal*. Die einzelnen gezeichneten Figuren sind empirische Gegenstände, sollen aber nach Kant den konstruirten Begriff in seiner Allgemeinheit anschaulich exemplifizieren" (M. Schirn, "Kants Theorie der geometrischen Erkenntnis und die nichteuklidische Geometrie", p. 9 [las cursivas son nuestras]).

[29] En estas consideraciones finales no retomamos la sección 2, puesto que su función era asegurar la no relevancia del Artículo del '68 en lo que respecta a nuestro tema. Asimismo, tampoco volvemos sobre la sección 4, cuya función era establecer la relevancia del problema de la alteridad.

sus fenómenos [lo aprehensible para nosotros]."[30] La realidad completa de la que hablamos equivale a la noción kantiana de "nóumeno", a la que consideramos no meramente como un concepto límite del conocimiento (sentido negativo del término), sino como aquella realidad que trasciende al sujeto. Esta realidad no se constriñe a unas condiciones dadas *a priori* (salvo la del principio de contradicción). Sus otros espacios, de existir realmente, sólo serían dados a seres cuya sensibilidad les permitiera ir dando sentido paso a paso a un procedimiento de construcción y deducción adecuado y obteniendo así un panorama que desafía nuestra imaginación.

Consideraciones finales

Uno podría preguntar finalmente por qué dedicarse a una exégesis tan exhaustiva de las especulaciones de Kant acerca de la estructura del espacio, cuando es sabido que en geometría han ocurrido desarrollos espectaculares que superan ampliamente los límites que Kant supuso. La razón es que nuestra pregunta por la alteridad geométrica se refiere a la posibilidad real de la misma, no sólo a su posibilidad formal. Si existieran los espacios alternos, ¿qué podríamos saber de ellos? Si hubiera seres inteligentes alternos, ¿qué comprensión del espacio tendrían?; ¿construirían una geometría?; si lo hicieran ¿cuál sería su naturaleza?

Todavía podría preguntarse por qué no echar mano de las geometrías no euclídeas como guía para esta tarea. Hay dos buenas razones para esto:

1) Gracias a Einstein sabemos que la geometría no euclídea describe nuestro espacio tridimensional y podemos esperar que haga el mismo trabajo para *n* dimensiones.
2) Sería razonable pensar que si otros seres racionales se lanzaran a investigar la naturaleza del espacio más allá de sus limitaciones perceptivas de forma puramente abstracta, llegarían a construir una geometría general similar a la nuestra.

Estas razones, efectivamente, son buenas si aceptamos los dos supuestos siguientes:

1) Los eventuales espacios alternos cumplen con cierta condición de monotonía, es decir, el rango de las variantes que pueden presentar estos espacios no supera el rango de las variantes que podría presentar nuestro propio espacio.

Kant, lejos de aceptar este supuesto, nos llama la atención acerca de las posibilidades radicalmente alternas que abren un cambio en el fundamento

[30] I. Kant, *Crítica de la razón pura*, A 27 = B 43, p. 72.

físico (ley de gravedad) de la estructura del espacio. En este sentido su meditación es más radical.

2) Todo ser racional razona igual, en el sentido geométrico por lo menos. Lejos de estar de acuerdo con este supuesto, Kant nos advierte cuán alternos pueden resultarnos otros seres, sus razones y su eventual geometría.

Por consiguiente, las geometrías no euclídeas pueden ayudar a la especulación, pero no nos sirven de guía en su nivel más radical.

La ambigüedad de las respuestas que pueda recibir la pregunta por la alteridad es del mismo grado que la ambigüedad que afecta a la noción de nóumeno. Sin embargo, en el presente artículo hemos logrado precisar dicha cuestión planteándola válidamente a partir de la obra de Kant y mostrando que su importancia supera el marco de dicha obra.

Bibliografía

Escritos de Kant

Kant, I., *Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas*, trad. y comentario de Juan Arana-Cañedo-Argüelles, Peter Lang, Berna-Francfort am Main-Nueva York-París, 1988.

——, *Historia general de la naturaleza y teoría del cielo*, Juárez Editor, Buenos Aires, 1969.

——, "Sobre el fundamento primero de la diferencia entre las regiones del espacio" en *Diálogos*, año VIII, no. 22, abril de 1972, pp. 139–146.

——, *Crítica de la razón pura*, trad. Pedro Ribas, Ediciones Alfaguara, Madrid, 1978.

Textos sobre Kant

Boehm, P., *Die vorkritischen Schriften Kants*, Verlag von K.J. Trübner, Estrasburgo, 1906.

Brittan, G., *Kant's Philosophy of Science*, Princeton, 1978.

Eisler, R., *Kant-Lexikon*, Nachschlagewerk zu Kants sämtlichen Schriften, Briefen und handschriftlichem Nachlass, Georg Olms Verlag, Hildesheim-Zürich-Nueva York, 1989.

Friedman, M., *Kant and the Exact Sciences*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts/Londres, Inglaterra, 1992.

Gómez, R., "Kant, 1747 ¿filósofo no euclideano?", en E. Villanueva (comp.), *Quinto Simposio Internacional de Filosofía*, 2 vols., vol. 2, México, Universidad Nacional Autónoma de México, 1992, pp. 163–172.

Mühlhölzer, F., "Das Phänomen der inkongruenten Gegenstücke aus Kantischer und heutiger Sicht" en *Kant-Studien*, no. 83, 1992, pp. 436–453.

Riehl, A., *Der philosophische Kritizismus*, Geschichte und System, Erster Band, Geschichte des philosophischen Kritizismus, A. Kröner Verlag, Leipzig, 1924.

Schirn, M., "Kants Theorie der geometrischen Erkenntnis und die nichteuklidische Geometrie" en *Kant-Studien*, 1991, pp. 1–28.

Torretti, R., *Manuel Kant: estudios sobre los fundamentos de la filosofía crítica*, 2a. ed., Editorial Charcas, Buenos Aires, 1980.

——, "La geometría en el pensamiento de Kant", en C. Cordua-R. Torretti, *Variedad en la razón. Ensayos sobre Kant*, Universidad de Puerto Rico, Río Piedras, 1992, pp. 53–103.

——, *Variedad en la razón. Ensayos sobre Kant*, Editorial de la Universidad de Puerto Rico, Río Piedras, 1992, pp. 53–103.

TEXTOS SOBRE GEOMETRÍA

Thurston, W. y J. Weeks, "Matemática de las variedades tridimensionales" en *Investigación y Ciencia*, no. 96, septiembre de 1984, Barcelona, pp. 84–97.

Torretti, R., *Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*, D. Reidel Publishing, Dordrecht-Boston-Lancaster, 1984.