Discusiones

Objetores de Descartes, ¿y también de Frege? Apuntes críticos al artículo "La naturaleza de las entidades matemáticas. Gassendi y Mersenne: objetores de Descartes"

[Detractors of Descartes, as well as of Frege? Critical Notes to "The Nature of Mathematical Entities. Descartes and His Detractors: Gassendi and Mersenne"]

EMILIO MÉNDEZ PINTO
Escuela de Gobierno y Transformación Pública
Tecnológico de Monterrey
emilio.mendez.pinto@gmail.com

Resumen: En esta discusión expongo algunas objeciones a las siguientes tesis de Velázquez 2020: 1) que tanto Descartes como Frege sostienen que las entidades aritméticas son irreductibles a procesos empíricos; 2) que, en el caso de Descartes, dichas entidades son "perennes, inherentes a la propia constitución y funcionamiento de la mente" y 3) que Frege impugnó la filosofía matemática (aritmética) de Mill por *psicologista*. Sostengo que la segunda tesis no es, *per se*, controversial, pero que sí lo es en el contexto del artículo de Velázquez.
Palabras clave: psicologismo; logicismo; Mill; filosofía de las matemáticas; filosofía de la lógica

Abstract: In this discussion I present objections to the following theses in Velázquez 2020: 1) that both Descartes and Frege maintain that arithmetic entities are irreducible to empirical processes; 2) that, in the case of Descartes, these entities are "perennial, inherent to the very constitution and functioning of the mind", and 3) that Frege contested Mill's mathematical (arithmetic) philosophy for being *psychologistic*. I argue that the second thesis is not, *per se*, controversial, but that it is controversial in the context of Velázquez's article.
Key words: psychologism; logicism; Mill; philosophy of mathematics; philosophy of logic

1 . *Los motivos de esta discusión*

El artículo "La naturaleza de las entidades matemáticas. Gassendi y Mersenne: objetores de Descartes" de Soledad Velázquez[1] es interesante por varias razones. Primero, porque aborda un tema, el de la

[1] Velázquez 2020.

DOI: 10.22201/iifs.18704913e.2021.86.1800

naturaleza de las entidades matemáticas, que "ha sido un problema filosófico recurrente en diversas épocas" (Velázquez 2020, p. 111). La época de la que se ocupa Velázquez es la Modernidad temprana, sobre la que escribe que "[l]a piedra de toque para la fundamentación de los conocimientos científicos [durante la Modernidad temprana] fue el carácter que se atribuyó a las entidades matemáticas —y, en general, a las entidades abstractas, incluidas las lógicas— en la filosofía natural" (Velázquez 2020, p. 111). En efecto, el problema de la naturaleza de las entidades matemáticas ha sido un problema filosófico recurrente en diversas épocas, e incluso podríamos sostener, con Steiner 2005 (p. 625), que "hasta un grado que no ha sido apreciado, la historia de la filosofía occidental es la historia de los intentos por comprender por qué las matemáticas son aplicables a la naturaleza, a pesar de las razones aparentemente buenas para creer que no deberían serlo".[2] En efecto, el carácter que se atribuyó a las entidades abstractas en la filosofía natural constituyó un punto de quiebre entre los racionalistas y los empiristas del siglo XVII.[3]

Segundo, el artículo de Velázquez es interesante porque, como escribe con acierto, en el contexto de los intercambios entre Descartes y Gassendi, y entre Descartes y Mersenne, "a pesar de su riqueza, el problema del estatus ontológico de las entidades lógicas y matemáticas ha sido aún poco estudiado" (Velázquez 2020, pp. 114–115). La autora sostiene que, con respecto al caso de Descartes y Gassendi, ello se debe a "una lectura parcial de las *Meditaciones metafísicas* debido a que algunas de sus ediciones prescinden a menudo de las objeciones y respuestas [entre ambos]" (Velázquez 2020, p. 115). Con respecto al caso de Descartes y Mersenne, sostiene que dicha circunstancia se debe a que "a pesar de [que Mersenne fue] un matemático importante en su tiempo y de haber reflexionado en términos filosóficos sobre este aspecto en particular, sus escritos son casi desconocidos en la actualidad, pues no se dispone de ediciones modernas de la mayor parte de ellos" (Velázquez 2020, p. 115). Podríamos añadir, para el caso de Descartes y Gassendi, que el interés por las réplicas del segundo al primero se ha centrado en sus réplicas a la metodología cartesiana (*cfr*. LoLordo 2005), y, para el caso de Descartes y Mersenne, que el interés por las réplicas de éste a aquél se ha centrado en sus réplicas a la concepción cartesiana de las "verdades eternas" que, si bien abordan el tema de

[2] Para un escrutinio del problema de los objetos matemáticos en la historia de la filosofía, *cfr*. Detlefsen 2005, pp. 236–317.

[3] Para una exposición de un caso de esta disputa y que también explica la opinión de Gassendi al respecto, *cfr*. Rogers 1997, pp. 137–153.

las entidades matemáticas, no lo hacen, como sugiere Velázquez, con toda la fuerza que cabría suponer si tuviéramos a la mano los escritos primarios de Mersenne (baste esta comparación: se conservan cuatro cartas de Mersenne a Descartes y 146 cartas de Descartes a Mersenne; *cfr*. Hamou 2018).

Tercero, el artículo de Velázquez es interesante porque es *filosóficamente* controversial. Creo que su trabajo contiene tres tesis discutibles que penden de la analogía que establece la autora entre, por un lado, las disputas que en su momento sostuvo Descartes con Gassendi y con Mersenne y, por el otro, entre las réplicas que en su momento presentó Frege a la filosofía matemática (aritmética) de John Stuart Mill. Dichas tesis son:

1) que tanto Descartes como Frege sostienen que las entidades aritméticas son irreductibles a procesos empíricos (Velázquez 2020, p. 112);

2) que, en el caso de Descartes, dichas entidades son "perennes, inherentes a la propia constitución y funcionamiento de la mente" (Velázquez 2020, p. 111); y

3) que Frege objetó la filosofía aritmética de Mill por *psicologista* (Velázquez 2020, pp. 113–114, 130).

La segunda tesis no es, *per se*, controvertida, pero sí lo es en el contexto del artículo de Velázquez porque contraviene la analogía que establece entre Descartes y Frege en relación con sus respectivas filosofías de las matemáticas. En otras palabras, si Frege objetó la filosofía aritmética de Mill por ser psicologista, entonces de igual modo objetaría la tesis cartesiana de que las entidades matemáticas son "perennes, inherentes a la propia constitución y funcionamiento de la mente".

Llama la atención que, en la bibliografía a la que recurre Velázquez 2020 (pp. 131–133), sólo hay dos obras *de* Frege —Frege 2016 (pp. 39–153) y Frege 2016 (pp. 321–348)—,[4] y en ninguna se hace una sola referencia a Descartes. Frege sí se refiere a Descartes en Frege 2016 (pp. 421–422) pero, además de que lo hace de manera indirecta (por medio de Julius Baumann),[5] no lo presenta en los mejores términos:

> No se logra hacer iguales cosas diferentes por medio sólo de operaciones conceptuales; pero aun si pudiéramos, ya no se tendrían cosas, sino sólo

[4] Frege 1972 y Frege 1996, en el original de Velázquez 2020.
[5] *Principia Philosophiae*, parte I, § 60; *cfr*. Frege 2016, p. 421, nota 63.

una cosa; así, como dice Descartes, el número en las cosas —o mejor, en la pluralidad— surge de su diversidad. [. . .] Pero resulta que el punto de vista que sostiene la diversidad de las unidades pronto encuentra nuevas dificultades. Jevons define la unidad (*unit*) como "cualquier objeto del pensar que pueda distinguirse de cualquier otro objeto tratado como unidad en el mismo problema". Aquí, la unidad es definida por sí misma, y la aclaración "que pueda distinguirse de cualquier otro objeto" no contiene ninguna determinación más precisa en virtud de que es de suyo comprensible. Ya que llamamos al objeto otro objeto, justo sólo porque lo podemos distinguir de los primeros. Jevons dice después:[6]

> Cuando uso el símbolo 5, realmente me refiero a
>
> $$1 + 1 + 1 + 1 + 1,$$
>
> y se da totalmente por supuesto que cada una de estas unidades es distinta de cualquier otra. Si fuera necesario, yo las señalaría así:
>
> $$1' + 1'' + 1''' + 1'''' + 1'''''.$$

Ciertamente se requiere señalarlas de modo diferente si son distintas; de lo contrario resultaría la más grande confusión. Si simplemente las diversas posiciones en las que aparecen los unos pudieran significar diversidad, debería establecerse esto como regla sin excepción, ya que de lo contrario jamás se sabría si $1 + 1$ significa 2 o 1. De esta suerte, se debería rechazar la igualdad $1 = 1$ y nunca podríamos señalar la misma cosa dos veces. Claramente, lo anterior no es aceptable. Pero si a diferentes cosas se dan diferentes símbolos, difícilmente se comprende por qué se conserva un componente común, y en lugar de:

$$1' + 1'' + 1''' + 1'''' + 1''''',$$

simplemente se escribe:

$$a + b + c + d + e.$$

La igualdad se ha abandonado por inservible, y señalar que hay una cierta semejanza de nada sirve. Así, el uno se nos escapa de las manos; nos quedamos con los objetos y todas sus características. Estos símbolos:

$$1', 1'', 1'''$$

son la expresión palpable de nuestra perplejidad: hemos necesitado la igualdad, por tanto, el 1; hemos necesitado la diversidad, por tanto, los índices, los que por desgracia deshacen de nuevo la igualdad.

[6] [*The Principles of Science*, p. 162.] *Cfr*. Frege 2016, p. 421, nota 66.

DOI: 10.22201/iifs.18704913e.2021.86.1800

La única referencia *sobre* Frege que está en el artículo de Velázquez es Mendelsohn 2005 (p. 3), de donde se rescata (Velázquez 2020, pp. 112–113, nota 2) que "Su polémica contra las posturas de sus contemporáneos empiristas y naturalistas en torno al concepto de número es devastadora. Frege consideró erróneas esas concepciones no sólo en sus aspectos específicos, sino también en su metodología para la búsqueda de la fundamentación de las matemáticas". Esto tampoco nos ofrece muchas pistas para el propósito de Velázquez de establecer una suerte de analogía entre Descartes y Frege.

Primero, en lo que respecta a la disputa de Frege con los empiristas y los naturalistas, es, como señalé, extensiva a Descartes por medio de Jevons y de Baumann. Segundo, en relación con las críticas de Frege a la "metodología para la búsqueda de la fundamentación de las matemáticas", hay que decir que, para el alemán, ninguna metodología será exitosa si no atañe a los tres principios a los que él mismo se atuvo en Frege 2016 (p. 371): 1) separar lo psicológico de lo lógico, lo subjetivo de lo objetivo; 2) nunca preguntar por el significado de una palabra aislada, sino únicamente en el contexto de una proposición; 3) nunca perder de vista la distinción entre *concepto* y *objeto*.

Entre otras cosas, en lo que sigue intentaré mostrar 1) que la filosofía aritmética de Descartes no pasa la prueba fregeana de separar lo psicológico de lo lógico, lo subjetivo de lo objetivo y 2) si bien Frege rechaza la filosofía aritmética de Mill, *no lo hace por* no separar lo psicológico de lo lógico, lo subjetivo de lo objetivo.

En efecto, para Descartes las entidades matemáticas son "perennes, inherentes a la propia constitución y funcionamiento de la mente" (Velázquez 2020, p. 111) si por ellas entendemos que son, en la terminología cartesiana, ideas *innatas*: que derivan de nuestra propia naturaleza y que nos dicen qué son las cosas, las verdades y los pensamientos. Así sea sólo por eliminación, las entidades matemáticas no podrían ser ni ideas *adventicias* (las que "están localizadas fuera de mí" y que, por lo tanto, se refieren a cosas que nos vienen de *fuera*, como "escuchar un sonido, [. . .] o ver el sol, o sentir el fuego")[7] ni ideas *artificiales* (las que construimos *arbitrariamente* nosotros mismos, como, por citar ejemplos de Descartes, las sirenas o los hipogrifos).

Empero, la concepción de "ideas innatas" no es la misma en Descartes que en Frege. Para el primero, una idea innata 1) deriva de nuestra propia naturaleza y 2) nos dice "qué es una cosa", "qué es una verdad", "qué es un pensamiento". En cambio, para Frege una idea innata (una

[7] A/T VII, pp. 37–38.

idea *a priori*) es una *verdad* cuya prueba *puede* derivarse de leyes generales que por sí mismas no necesitan *o* no admiten ninguna prueba empírica (*cfr*. Frege 2016, pp. 383–384).[8] Frege es muy explícito al señalar que, para él, la distinción entre lo *a priori* y lo *a posteriori* atañe a la *justificación* de los juicios mas no al *contenido* de los mismos. Hay otra diferencia más sustancial para nuestros propósitos: según la concepción fregeana de "pensamiento", nuestras ideas innatas *no pueden decirnos*, al contrario de lo que sostuvo Descartes, "qué es un pensamiento":[9]

> Si cada pensamiento necesita un portador a cuyos contenidos de conciencia pertenece, entonces el pensamiento sólo pertenece a ese portador, y no hay una ciencia que sea común a muchos, en la que muchos puedan trabajar, sino que tal vez tengo mi ciencia; es decir, un conjunto de pensamientos de los que soy portador, y otro tiene su ciencia. Cada uno se ocupa con los contenidos de su propia conciencia. [. . .] Si alguien considera que los pensamientos son representaciones, entonces, lo que él reconoce como verdadero es, según su propia opinión, el contenido de su propia conciencia y, en rigor, no incumbe para nada a los demás (Frege 2016, p. 336).

La clave en este pasaje es que, si los pensamientos son *representaciones*, la *verdad* se reduce a los contenidos de la conciencia (una tesis que Frege calificaría de psicologista). Pero, en Descartes, puesto que las entidades matemáticas son "perennes, inherentes a la propia constitución y funcionamiento de la mente", en su tipología de las ideas sólo pueden ser ideas innatas, y éstas *derivan de nuestra propia naturaleza*.

Así, para Frege, no son nuestras ideas innatas las que nos dicen "qué es un pensamiento", aunque tampoco son los objetos del mundo exterior los que nos lo dicen (Frege 2016, p. 337; aquí sí hay concordancia entre Descartes y Frege). Hay un tercer dominio, que "tiene en común con las representaciones que no puede ser percibido por los sentidos, y con los objetos, que no necesita de un portador a cuyos contenidos de conciencia pertenezca" (Frege 2016, p. 337).

Por otra parte, Velázquez 2020 (pp. 112–113) sostiene que, para Frege, 1) la naturaleza de las proposiciones aritméticas no es *en modo alguno* reducible a sus aplicaciones físicas y que 2) suponer *la posibilidad*

[8] Así como Frege distinguiría entre *verdades* y *juicios*, en su momento Kant distinguiría entre *juicios* e *ideas*. *Cfr*. Stroud 2005, pp. 325–335, para la importancia que tuvo el giro kantiano en la historia de la filosofía.

[9] En el sentido fregeano del término: ni como perteneciente "a la representación, a mi mundo interior, [ni] tampoco al mundo exterior, al mundo de los objetos perceptibles por los sentidos" (Frege 2016, p. 345).

DOI: 10.22201/iifs.18704913e.2021.86.1800

de tal reducción es incurrir en cierta confusión; "por ejemplo, la del psicologismo de John Stuart Mill" (Velázquez 2020, p. 113).

Paso ahora a discutir las tesis de que tanto Descartes *como Frege* sostienen que las entidades aritméticas son irreductibles a procesos empíricos (Velázquez 2020, p. 112) y de que Frege objetó la filosofía aritmética de Mill por *psicologista* (Velázquez 2020, pp. 113–114, 130).

2 . *Frege y las entidades matemáticas como entidades irreductibles a procesos empíricos*

Según Velázquez 2020 (pp. 111–112):

> [L]a defensa del carácter irreductible de las entidades matemáticas a procesos empíricos o la postura de que estas entidades pueden reducirse a procesos que se originan en nuestra experiencia pueden encontrarse en distintas versiones en diferentes épocas. [A]bordaré esta discusión en el escenario de la Modernidad temprana a través del debate [...] entre René Descartes [...] y dos de sus interlocutores [...]. [M]e interesa resaltar la perdurabilidad de la polémica, por lo que [...] ofreceré un vistazo a los inicios del siglo XX, donde podemos encontrar en Gottlob Frege [...] a uno de los defensores más puntuales de la postura irreductibilista por sostener que la naturaleza de las entidades aritméticas constituye un "tercer reino". A este territorio corresponden las verdades intemporales, incorregibles, aun cuando no haya alguien que las reconozca como tales. Este tercer reino debe distinguirse tanto del ámbito de las cosas como de sus representaciones. [...] [D]e acuerdo con Frege, la naturaleza de las proposiciones aritméticas no es en modo alguno reducible a sus aplicaciones físicas.

En este pasaje, Velázquez afirma varias cosas sobre la filosofía de la aritmética de Frege: 1) que, en lo que respecta a la naturaleza de las entidades aritméticas (y, cabría suponer, de sus relaciones), la postura de Frege es irreductibilista porque las entidades aritméticas no pertenecen al dominio de los objetos del mundo exterior; 2) que tampoco pertenecen al dominio de las representaciones; 3) que pertenecen, en cambio, al dominio de "las verdades intemporales, incorregibles, aun cuando no haya alguien que las reconozca como tales" (Velázquez 2020, p. 112), dominio que "tiene en común con las representaciones que no puede ser percibido por los sentidos, y con los objetos, que no necesita de un portador a cuyos contenidos de conciencia pertenezca" (Frege 2016, p. 337); y 4) que las proposiciones aritméticas no se pueden reducir a sus aplicaciones físicas.

El punto 4) es el que me interesa más, aunque los otros tres también son relevantes para esta discusión, de modo que diré algo sobre ellos. En cuanto a 1), el irreductibilismo de Frege se explica por su rechazo a lo que él consideraba la solución *empirista* al problema ontológico de los números, a saber, que los *números* son un hecho físico u observado o, en cualquier caso, que se experimentan mediante los sentidos. A esta aritmética, *que para Frege fue la aritmética descubierta por Mill*, Frege la llamó "una aritmética de galletitas o una aritmética de guijarros" (Frege 2016, p. 368). En cuanto a 2), el irreductibilismo de Frege se explica por su rechazo a lo que él consideraba la solución *trascendentalista* al problema ontológico de los números, a saber, que, según esta postura,

> los conceptos surgen en la mente individual como las hojas en el árbol, y creemos poder conocer su esencia al estudiar su origen y se busca esclarecerlos psicológicamente a partir de la naturaleza de la mente humana. Pero esta manera de ver las cosas hace todo subjetivo y, si la seguimos hasta el fin, aniquila la verdad. (Frege 2016, p. 368)

Pero en 1) y 2) no todo son vicios, porque, para Frege, la solución empirista al problema ontológico de los conceptos-número, si bien no explica su universalidad, sí da cuenta de su aplicabilidad, un asunto que de ninguna manera era trivial para el matemático alemán. Por su parte, aunque en última instancia la solución trascendentalista "hace todo subjetivo y [. . .] aniquila la verdad", tiene la virtud de dar cuenta del carácter *no sensitivo* de los conceptos-número. Aquí viene a cuento lo que Frege dice sobre el tercer dominio, el de los conceptos-número: "tiene en común con las representaciones que no puede ser percibido por los sentidos, y con los objetos, que no necesita de un portador a cuyos contenidos de conciencia pertenezca" (Frege 2016, p. 337).

Que los conceptos-número —y, en general, los conceptos lógicos— sean universales constituía para Frege (y para Russell) su carácter distintivo.[10] Las réplicas de Poincaré 2001 (pp. 460–472) y de Wittgenstein 2009 (pp. 84–85) al logicismo surgieron, en buena medida, por su rechazo a este supuesto carácter distintivo. En el caso de Poincaré, por

[10] *Cfr*. MacFarlane 2002, p. 25 (nota 1), para el carácter general de la lógica que Frege tenía en mente en *Die Grundlagen der Arithmetik*. Por su parte, *cfr*. Hintikka 1998, pp. 222–224, para algunas consecuencias filosóficas del universalismo (lógico) de Frege y de Russell.

su rechazo a aceptar que, en relación con lo que llamó "la vieja controversia" entre Leibniz y Kant sobre la existencia de los juicios sintéticos *a priori*, los argumentos logicistas hayan resuelto la discusión a favor de Leibniz (es decir, que hayan conseguido despojar a la aritmética de su carácter sintético). En el caso de Wittgenstein (el Wittgenstein del *Tractatus*), por su rechazo a la propensión logicista de dotar de contenido a las proposiciones lógico-aritméticas.[11] Para Wittgenstein 2009 (pp. 84–85), la proposición $p \vee \neg p$ es una tautología, una proposición que concuerda con todas las posibilidades de verdad, mas no una proposición universalmente verdadera. Por su parte, la proposición $p \wedge \neg p$ es una contradicción, una proposición que no concuerda con ninguna posibilidad de verdad, mas no una proposición universalmente falsa. Ramsey 2013 (pp. 1–61) siguió y clarificó a Wittgenstein en estos puntos.

En cuanto a 3), que las entidades matemáticas pertenecen al dominio de "las verdades intemporales, incorregibles, aun cuando no haya alguien que las reconozca como tales", se explica sencillamente por el platonismo matemático de Frege con respecto a la naturaleza de las entidades *aritméticas*. (Frege fue —al menos en su proyecto lógico-filosófico original— un platónico con respecto a la naturaleza de la aritmética, aunque, con respecto a la naturaleza de la geometría, *siempre* fue un kantiano.)[12]

Dicho todo esto sobre los puntos 1), 2) y 3) de lo que Velázquez afirma sobre la filosofía aritmética de Frege, es tiempo de discutir el asunto 4); a saber, que, para Frege, las proposiciones aritméticas no pueden reducirse a sus aplicaciones físicas. Para esto es fundamental trazar una distinción. Una cosa es decir que las proposiciones aritméticas *no deben* ser reducibles a sus aplicaciones físicas y otra cosa es decir que las proposiciones aritméticas *no pueden* reducirse a sus aplicaciones físicas. En otras palabras, una cosa es decir que, *normativamente*, las proposiciones aritméticas no son reducibles a sus aplicaciones físicas y otra cosa es decir que, *fácticamente*, como, por así decirlo, una cuestión de hecho, las proposiciones aritméticas no pueden reducirse a sus aplicaciones físicas.[13] Creo que, tal como escribe Velázquez 2020 (p. 112),

[11] Para más detalles, *cfr*. Floyd 2005, pp. 75–128.

[12] El kantianismo de Frege con respecto a la naturaleza de las proposiciones geométricas explica, por una parte, su renuencia a aceptar las proposiciones fundamentales de las en ese entonces nacientes geometrías no euclidianas y, por otra, algo de la controversia que mantuvo con Hilbert con respecto al método axiomático en las matemáticas.

[13] Bajo una forma más general, aquella que considera a las proposiciones *lógicas*, y que además lo hace desconsiderando sus contenidos empíricos, esta discusión

esto es, que "de acuerdo con Frege, la naturaleza de las proposiciones aritméticas no es en modo alguno reducible a sus aplicaciones físicas", ambas interpretaciones son posibles. Empero, dada la intención de Velázquez de establecer una analogía entre las concepciones cartesiana y fregeana de las entidades aritméticas, *y dado que, para Descartes, éstas no pueden reducirse a sus aplicaciones físicas*, creo que Velázquez tiene en mente, cuando se refiere a que, para Frege, las proposiciones aritméticas no son reducibles a sus aplicaciones físicas, el aspecto *fáctico* de la proposición.

Según Velázquez 2020 (pp. 112–113):

> Así, de acuerdo con Frege, la naturaleza de las proposiciones aritméticas no es en modo alguno reducible a sus aplicaciones físicas. Suponer la posibilidad de tal reducción es incurrir en cierta confusión; por ejemplo, la del psicologismo de John Stuart Mill [...] quien, en opinión del filósofo alemán, "confunde siempre las aplicaciones que pueden hacerse de una proposición aritmética, las cuales son frecuentemente de índole física y tienen como presupuesto situaciones fácticas observadas, con las proposiciones matemáticas puras mismas" (Frege 1972, p. 124). [...] Mill considera que la igualdad $1 = 1$ no es necesariamente verdadera, ya que [...] una libra de peso nunca pesa lo mismo que otra. Sin embargo, Frege añade:
>
>> [L]a proposición $1 = 1$ en manera alguna pretende afirmar esto. Mill entiende el símbolo $+$ de tal manera que por medio de él se expresen las relaciones de las partes de [...] un cuerpo físico pero éste no es el sentido de este símbolo. $5 + 2 = 7$ no significa que si en 5 partes de líquido se vierten 2 partes de líquido se obtendrá 7 partes de líquido, sino que ésta es una aplicación de aquella proposición. (Frege 1972, p. 124)[14]

Sin embargo, ésta no es toda la historia ni la historia contada de manera correcta: no sólo sucede que las réplicas de Frege a la filosofía matemática de Mill se debieron al empirismo de Mill y no a un supuesto psicologismo (como veremos después, Husserl sí acusó a Mill de psicologista), sino que, para Frege, no es verdad que las proposiciones aritméticas no puedan (en el sentido fáctico del término) reducirse a sus aplicaciones físicas. Y como botón de muestra, he aquí un pasaje

se refiere a si la lógica tiene, o no, un carácter normativo. Para Peirce y Ramsey, por ejemplo, la lógica es una ciencia normativa. Creo que también lo fue para Aristóteles y, como argumento adelante, para Frege.

[14] Según la bibliografía que utilizo aquí, la referencia es Frege 2016, pp. 391–392.

en el que hace referencia a las entidades y a las relaciones aritméticas (Frege 2016, pp. 381–382):

> Sin duda, las fórmulas numéricas como $7 + 5 = 12$ y las leyes como la de la asociatividad de la adición, en virtud de las innumerables *aplicaciones* que de ellas se hace cotidianamente, dan la impresión de estar tan *confirmadas*, que puede parecer casi ridículo querer ponerlas en duda al exigir una prueba de ellas (cursivas añadidas).

Sostengo que el irreductibilismo de Frege tiene una motivación esencialmente *normativa* y no *fáctica*, mientras que el irreductibilismo de Descartes tiene una motivación *fáctica* y no (necesariamente) *normativa*.[15]

3 . *La objeción de Frege a la filosofía de las matemáticas de Mill*

Al discutir las distintas propuestas en la historia de la filosofía (de las matemáticas) para el problema del conocimiento matemático, Linnebo 2017 (p. 19) sostiene que Frege arguyó que los teoremas matemáticos son analíticos *a priori*; que Platón, Kant y Brouwer sostuvieron que son sintéticos *a priori*, y que Mill y Quine que son sintéticos *a posteriori*.[16] Así pues, para la cuestión que aquí me interesa, tenemos que Frege creía que los juicios aritméticos son analíticos y *a priori*, mientras que Mill que los juicios aritméticos son sintéticos y *a posteriori*. ¿Basta

[15] Es importante observar que el botón de muestra al que recurro no sugiere que Frege haya creído que las proposiciones aritméticas sean verdaderas en virtud de sus aplicaciones o algo por el estilo; mi intención es más bien señalar la que, a mi juicio, podría ser una diferencia relevante entre el irreductibilismo de Frege y el de Descartes. Agradezco a un árbitro anónimo que me haya hecho reparar en este detalle. Algo más en favor de esta aclaración: buena parte del proyecto neologicista se aboca a rescatar dos supuestos torales del fregeanismo —a saber, que las verdades aritméticas son analíticas *a priori* y que los números son objetos— que se contraponen a toda lectura reduccionista. Para detalles de este proyecto neologicista *cfr*. Hale y Wright 2005. Para la forma en la que el neologicismo aborda problemas clásicos del logicismo —como el estatus lógico de la equinumerosidad o el problema de Julio César—, *cfr*. Hamkins 2020, pp. 11–12.

[16] No hay teoremas matemáticos analíticos *a posteriori*, porque, por definición, no puede haber tales cosas. Frege arguyó que las *verdades aritméticas* son analíticas *a priori*, pero nunca sostuvo eso para el caso de los juicios geométricos; por el contrario, Brouwer afirmó que los juicios aritméticos son sintéticos *a priori*, pero no que los juicios geométricos lo fueran (*cfr*. Posy 2005, p. 347, nota 66). El caso de Poincaré fue exactamente igual que el de Brouwer, aunque por motivos filosóficos distintos.

DOI: 10.22201/iifs.18704913e.2021.86.1800

con esto para entender la crítica de Frege a Mill? Intentaré argumentar que sí: las objeciones de Frege a la filosofía matemática de Mill se debieron, *simpliciter*, al *empirismo matemático* de Mill y no, como argumenta Velázquez, a un supuesto *psicologismo matemático* (Kant y su idealismo trascendental fueron el blanco de Frege en este último sentido).[17]

4 . *Argumentos a favor del psicologismo en Mill*

Lo que aquí considero que es un error de atribución de Velázquez no es algo inusual en los estudios sobre la filosofía de la lógica y la filosofía de las matemáticas de Mill. Al respecto, Kusch 2020 (en línea) escribe:

> Los críticos y los intérpretes de la filosofía de la lógica de Mill han sido incapaces de llegar a un veredicto en cuanto a si Mill fue un pensador psicologista. [. . .] Algunos elementos en el pensamiento de Mill lo empujan hacia un punto de vista fuertemente psicologista, otros elementos lo alejan de él. En otras palabras, a veces Mill insiste en que la lógica depende de la psicología, a veces niega esa dependencia.

Esta indeterminación se puede advertir en las primeras líneas de Mill 1843 (p. 4), en donde el filósofo inglés sostiene que la lógica consiste en dos partes: una prescriptiva, a la que llama "el arte de razonar", y una descriptiva, "la ciencia de razonar". Empero, en opinión de Kusch 2020 (en línea), la ciencia de razonar es, en su conjunto, una disciplina psicológica (es decir, lo es por su tema [*subject matter*] como por su metodología). Por su *tema* porque éste, aunque indaga sobre "las operaciones del entendimiento humano en la búsqueda de la verdad" (Mill 1843, p. 6), no tiene leyes de indagación propias, sino que está sujeto a "las leyes de asociación generales, [que] prevalecen entre estos estados mentales" (Mill 1843, p. 856). Por otra parte, la ciencia de razonar es psicológica por su *metodología* porque, al igual que en otros dominios, el descubrimiento de sus leyes está sujeto a "los métodos ordinarios de la investigación experimental" (Mill 1843, p. 853).

Ahora bien, ¿qué hay de la lógica como "arte de razonar"? ¿Es también presa del psicologismo? Kusch sostiene que sí, y para ello aduce tres razones del propio Mill para explicar "la contribución que la ciencia psicológica de razonar hace al arte de razonar" (Kusch 2020, en línea).

[17] *Cfr*. Hintikka 1992 para un estudio crítico (en el sentido kantiano del término) sobre el método trascendental de Kant y su filosofía de las matemáticas.

En primer lugar, mientras que el arte de razonar "proporciona las reglas para conducir correctamente los procesos del razonamiento" (Mill 1843, p. 4), es la *psicología* la que proporciona "el análisis de los procesos mentales que tienen lugar siempre que razonamos" (Mill 1843, p. 4). En segundo lugar porque, de acuerdo con Mill, "un entendimiento correcto de los propios procesos mentales es la única base sobre la que puede fundarse un sistema de reglas adecuado para la dirección de los procesos [mentales]" (Mill 1843, p. 4). En palabras de Kusch 2020 (en línea), esto significa que "cualquier *prescripción* exitosa para un tipo dado de proceso de pensamiento debe basarse en un entendimiento psicológico adecuado y detallado de ese proceso" (cursivas añadidas). En tercer lugar, tenemos la razón (*prima facie*) más fuerte: "Las bases teóricas de la ciencia de la lógica están totalmente prestadas [*wholly borrowed*] de la psicología, e incluyen tanto de esa ciencia como lo que se requiere para justificar las reglas del arte [de razonar]" (Mill 1843, p. 359). En opinión de Kusch 2020 (en línea), "este [...] enunciado calificará como psicologista para el criterio de cualquiera".

Sin embargo, hay un criterio, el de Skorupski 1989 (p. 166), para el que dicho enunciado no califica como psicologista:

> [C]uando este pasaje se lee en todo su contexto dialéctico, [significa que] el lógico debe formular reglas de investigación de una manera tal que a los investigadores les sean tan útiles como sea posible, y para ello [el lógico] debe aprovecharse de la psicología del pensamiento.

Por lo tanto, en la lectura de Skorupski, el lógico recurre a la psicología por razones pragmáticas, mas no normativas ni, mucho menos, fácticas. En lo que sigue, apelaré también a Skorupski 1989 para explicar la lectura *antipsicologista* de Mill.

5. *Argumentos en contra del psicologismo en Mill*

Skorupski 1989 ofrece un apéndice en el que se cuestiona el supuesto psicologismo de Mill. Lo primero que señala es que la acusación de psicologismo a Mill se debe a Husserl. Creo que el término "acusación" es demasiado fuerte, porque el mismo Husserl ninguneó en su momento las críticas de Frege al psicologismo. Empero, es muy cierto que las críticas husserlianas al psicologismo, expuestas en los prolegómenos a sus *Logische Untersuchungen* (Husserl 1900), fueron en su día una referencia casi obligada sobre este tema.

Sea como sea, más allá de estos comentarios anecdóticos la tesis principal de Skorupski 1989 (apéndice) es la siguiente:

> El hecho es que Mill, al igual que Frege más tarde, se opuso a ambas formas de psicologismo y, de nuevo al igual que Frege, se opuso a ellas porque las consideraba (correctamente) atadas al idealismo. Debe notarse que Frege no comete el error de atribuir "psicologismo" a Mill. [Frege] argumenta separadamente y en dos frentes, por un lado en contra de las posturas psicologistas y por el otro en contra de la posición de Mill, que las leyes de la aritmética (y de la lógica) se conocen en forma inductiva y que los términos numéricos connotan atributos de agregados físicos.

Este pasaje reivindica una de las tesis principales de este trabajo: Frege no impugnó la filosofía matemática (aritmética) de Mill por psicologista, sino por empirista.[18]

Ahora bien, ¿cuáles son esas dos "formas de psicologismo" a las que, según Skorupski 1989 (apéndice), se opuso Mill? La primera forma de psicologismo a la que se opuso es la que identifica las leyes lógicas con las leyes psicológicas, la cual se relaciona de manera íntima, según Skorupski, con la idea de que la necesidad de las leyes lógicas es meramente la necesidad psicológica. La segunda es la que sostiene 1) que los significados *son* entidades mentales[19] y 2) que los juicios afirman relaciones entre las entidades mentales.

En cuanto a la oposición de Mill a la primera forma de psicologismo, Skorupski sostiene que no es poco común confundir el *nominalismo* de Mill con una especie de *psicologismo*: si, a pesar de su empirismo primigenio con respecto a las verdades lógicas y matemáticas, Mill concedió en última instancia que las verdades lógicas pueden conocerse *a priori*, "ello es evidencia de un cambio hacia el 'nominalismo', esto es, hacia una perspectiva de las verdades lógicas como 'verbales',[20] pero no hacia el psicologismo" (Skorupski 1989, apéndice).

En cuanto a la oposición de Mill a la segunda forma de psicologismo, aquella según la cual "los nombres se refieren a las ideas y las proposiciones afirman una relación psicológica [...] entre ellas" (Skorupski 1989, apéndice), McRae 1963 (VII) sostiene no sólo que Mill criticó dicha forma por ser *conceptualista* (en palabras de Mill 1843, p. 649: "la idea de que un nombre general está compuesto por las diversas

[18] Para una postura similar a la mía con respecto a la filosofía de las matemáticas de Mill, *cfr*. George y Velleman 2002. Para una postura similar a la mía con respecto a la naturaleza de la crítica fregeana al psicologismo, *cfr*. van Fraassen 2002, pp. 35, 78.

[19] Putnam 1984 también se opuso a esta forma de psicologismo.

[20] En buena medida, el empirismo lógico recurrió a esta solución nominalista o convencionalista para resolver el problema del estatus de la lógica (y de las matemáticas) en la concepción empirista del mundo. *Cfr*. Resnik 2005, p. 412.

DOI: 10.22201/iifs.18704913e.2021.86.1800

circunstancias, y no otras, en las que concuerdan todos los individuos denotados por el nombre”), sino que, con esta crítica, Mill pretendía *despsicologizar* [*depsychologise*] la teoría del significado. McRae 1963 (V, p. xiii) sentencia: “En lo que concierne a los conceptos y los juicios, la lógica de Mill no es una ejemplificación de lo que Husserl llama psicologismo, sino, más bien, una enérgica condena de él.”

Referencias bibliográficas

A/T, *Œuvres de Descartes*, 1996, Charles Adam y Paul Tannery (eds.), vols. V y VII, Léopold Cerf, París.

Detlefsen, Michael, 2005, “Formalism”, en Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 236–317.

Floyd, Juliet, 2005, “Wittgenstein on Philosophy of Logic and Mathematics”, en Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 75–128.

Frege, Gottlob, 2016, *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*, trad. X. de Donato, C.U. Moulines, H. Padilla y M. Valdés, UNAM-IIF, Ciudad de México.

George, Alexander y Daniel Velleman, 2002, *Philosophies of Mathematics*, Blackwell, Malden.

Hale, Bob y Crispin Wright, 2005, “Logicism in the Twenty-first Century”, en Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 166–202.

Hamkins, Joel D., 2020, *Lectures on the Philosophy of Mathematics*, The MIT Press, Cambridge.

Hamou, Philippe, 2018, “Marin Mersenne”, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/entries/mersenne/>.

Hintikka, Jaakko, 1992, “Kant’s Transcendental Method and his Theory of Mathematics”, en Carl Posy (comp.), *Kant’s Philosophy of Mathematics*, Kluwer Academic Publishers, Londres, pp. 341–359.

Hintikka, Jaakko, 1998, *El viaje filosófico más largo. De Aristóteles a Virginia Woolf*, trad. M.M. Mendoza, Gedisa, Barcelona.

Husserl, Edmund, 1900, *Logische Untersuchungen*, Elmar Holenstein (ed.), *Husserliana XVIII*, Martinus Nijhoff, La Haya [1975].

Kusch, Martin, 2020, “Psychologism”, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. <https://plato.stanford.edu/entries/psychologism/>.

Linnebo, Øystein, 2017, *Philosophy of Mathematics*, Princeton University Press, Princeton.

LoLordo, Antonia, 2005, “ ‘Descartes’s One Rule of Logic’: Gassendi’s Critique of the Doctrine of Clear and Distinct Perception”, *British Journal for the History of Philosophy*, vol. 13, no. 1, pp. 51–72.

MacFarlane, John, 2002, "Frege, Kant, and the Logic in Logicism", *The Philosophical Review*, vol. 111, no. 1, pp. 25–65.

McRae, Robert, 1963, "Introduction", en John Robson (ed.), *The Collected Works of John Stuart Mill*, Liberty Fund Collection, Indianápolis.

Mendelsohn, Richard L., 2009, *The Philosophy of Gottlob Frege*, Cambridge University Press, Cambridge.

Mill, John Stuart, 1843, *A System of Logic*, Longmans, Green, and Co., Londres.

Poincaré, Henri, 2001, *The Value of Science*, The Modern Library, Nueva York.

Posy, Carl, 2005, "Intuitionism and Philosophy", en Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 318–355.

Putnam, Hilary, 1984, *El significado de "significado"*, trad. J.G. Flematti Alcalde, Cuadernos de Crítica, no. 28, UNAM-IIF, Ciudad de México.

Ramsey, Frank, 2013, *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, Martino Publishing, Connecticut.

Resnik, Michael, 2005, "Quine and the Web of Belief", en Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 412–436.

Rogers, John, 1997, "Las ideas innatas y el infinito: los casos de Locke y de Descartes", en Laura Benítez y José Antonio Robles (comps.), *El problema del infinito: Filosofía y matemáticas*, UNAM, Ciudad de México, pp. 137–153.

Skorupski, John, 1989, *John Stuart Mill*, Routledge, Londres.

Steiner, Mark, 2005, "Mathematics —Application and Applicability", en Stewart Shapiro (ed.), *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, Nueva York, pp. 625–650.

Stroud, Barry, 2005, *Hume*, trad. A. Zirión, UNAM-IIF, Ciudad de México.

Van Fraassen, Bas, 2002, *The Empirical Stance*, Yale University Press, New Haven.

Velázquez Zaragoza, Soledad Alejandra, 2020, "La naturaleza de las entidades matemáticas. Gassendi y Mersenne: objetores de Descartes", *Diánoia*, vol. 65, no. 84, pp. 111–133.

Wittgenstein, Ludwig, 2009, *Tractatus Logico-philosophicus*, trad. J. Muñoz e I. Reguera, Alianza, Madrid.

Recibido el 13 de junio de 2020; revisado el 20 de agosto de 2020; aceptado el 23 de agosto de 2020.