

## LA CATEGORÍA DE MOVIMIENTO

La existencia objetiva del universo se manifiesta como existencia de la materia en movimiento. El movimiento es un resultado de la acción recíproca existente ente todas y cada una de las partes del universo, es decir, que se trata de una propiedad intrínseca, inmanente e inseparable del universo. En su significación más general, el movimiento comprende todas las variaciones y transformaciones que ocurren en el universo, desde las simples translaciones y rotaciones espaciales hasta los procesos y mutaciones más complejos, incluyendo al pensamiento humano. Por lo tanto, como forma fundamental de la existencia, el movimiento tiene el mismo carácter objetivo y universal de la materia. Más aún, la materia y el movimiento son de tal manera inseparables que no existe materia inmóvil, ni tampoco existe movimiento inmaterial. El movimiento se manifiesta siempre a través de las formas concretas en que varían y se transforman los procesos de la naturaleza, de la sociedad y del pensamiento; y, por consiguiente, cada movimiento concreto se muestra en las condiciones particulares, determinadas cualitativa y cuantitativamente por las propiedades específicas del proceso y por sus relaciones activas con los otros procesos. De esta manera, el movimiento pone al descubierto su particularidad en cada uno de los procesos existentes y en el curso de su desarrollo. Ahora bien, al examinar las distintas formas de movimiento es como se llegan a descubrir las propiedades que dichas formas tienen en común y las diferencias específicas existentes entre ellas. Así, la relación entre la universalidad del movimiento y la particularidad de sus manifestaciones concretas, representa la conexión entre el carácter común —que se encuentra contenido en los caracteres particulares de todos los movimientos— y el carácter relativo, condicional y transitorio de cada uno de los movimientos concretos y singulares. Por otra parte, un mismo proceso se mueve siempre en varias formas a la vez y cada forma de movimiento —aun la que se pueda considerar como la más simple— está constituida por la composición de otros movimientos; de tal modo que no es posible tener como primaria a alguna forma del movimiento, sino únicamente dentro de restricciones definidas y con carácter relativo. Además, un movimiento cualquiera siempre es capaz de transformarse en otro movimiento de la misma forma o en otras formas del movimiento. En consecuencia, cada proceso existente —lo mismo que el conjunto universal de todos los procesos— exhibe simultáneamente una multitud de movimientos y de conversiones de unos movimientos en otros. Y, por todo esto, la categoría de movimiento —formulada como síntesis de los conocimientos logrados en la investigación científica— permite

destacar y explicar muchas de las propiedades que muestran los procesos existentes en su actividad.

### 1. *Caracterización del movimiento*

El movimiento de los cuerpos ha sido siempre el concepto fundamental de la ciencia física. En su forma más sencilla, como relación de cambio entre el espacio y el tiempo, el movimiento constituye la base del estudio de la cinemática. Pues bien, para representar e investigar científicamente esos movimientos más sencillos, la física clásica estableció el concepto abstracto de partícula material, considerándola como un corpúsculo semejante a un punto geométrico —esto es, sin dimensiones— que ocupa cierta posición en el espacio y puede cambiar esa posición con el tiempo. El cambio de posición de una partícula material constituye un desplazamiento, que es el más simple de los movimientos. El desplazamiento puede ser una translación, o una rotación o, bien, la conjugación de una translación y una rotación. El ritmo con que se efectúa el cambio de posición espacial, respecto al tiempo, constituye la velocidad con que se mueve la partícula material; y dicha velocidad será lineal en el caso de una translación, y angular en el de una rotación. La relación en que varía su velocidad con el tiempo es la aceleración que experimenta la partícula material en su movimiento; y, como ocurre con la velocidad, la aceleración será lineal para las translaciones y angular para las rotaciones. Además, la aceleración puede ser en el sentido de incrementar la velocidad o, bien, en el sentido de su retardamiento. Tomando como base estos elementos conceptuales es posible representar todos los movimientos mecánicos de una partícula material, lo mismo que las transformaciones de unos movimientos en otros. Por otra parte, también es posible tratar de esta manera los movimientos de varias partículas a la vez y de grandes conjuntos o sistemas de partículas. En fin, los cuerpos que sí tienen dimensiones espaciales pueden ser considerados entonces como sistemas de partículas materiales, ya sea que se trate de cuerpos rígidos o de fluidos; y, por lo tanto, resulta igualmente posible estudiar de esta manera sus movimientos. Dentro de estas condiciones se desarrolló la cinemática, o sea, la ciencia que estudia abstractamente el movimiento en su aspecto más simple y unilateral, considerándolo como un mero cambio espaciotemporal, pero sin tomar en cuenta las causas que lo producen o lo modifican, ni tampoco los efectos que provoca. Por lo tanto, la cinemática es también el estudio de las variaciones temporales que resultan, desde el punto de vista de la geometría métrica,<sup>1</sup> sin que se alteren las propiedades del espacio.

Pero el movimiento es eminentemente dinámico, ya que se encuentra ligado de un modo inseparable a las otras propiedades de la materia y, desde luego, a su mutua interacción. En realidad, todo movimiento es producido

por ciertas causas y es causante, a su vez, de ciertos efectos. O sea, dicho de otro modo, que el movimiento se produce por la acción de alguna fuerza —o por la conjugación de varias fuerzas— y tiene como consecuencia la realización de determinados cambios debidos a la reacción que surge ineludiblemente. La consideración de las fuerzas que producen el movimiento o que se oponen a su realización llevó al establecimiento de otra rama de la física, la dinámica, en la cual el concepto de partícula material se enriquece con la propiedad de tener una masa inercial que se opone a las fuerzas que tratan de impulsarla al movimiento o, más precisamente, que tienden a producir un cambio en su estado de movimiento. Así, en todo movimiento existen dos aspectos opuestos: la acción o impulso, y la reacción o resistencia. El impulso o acción se denomina fuerza —que es la manifestación elemental de la energía— y la resistencia o reacción es lo que se llama masa. En rigor, el movimiento consiste justamente en el conflicto entre la acción y la reacción; ya que hasta el reposo relativo se produce por el equilibrio transitorio entre la acción y la reacción. Con estos elementos conceptuales se desarrolló la dinámica de las partículas materiales y de los sistemas de partículas materiales, considerando al movimiento mecánico en un aspecto más complejo y menos unilateral que el de la cinemática. En consecuencia, la dinámica representa el estudio de los cambios espaciotemporales que se producen mediante las acciones y reacciones de las fuerzas y las masas, pero sin que se alteren las propiedades del espacio y del tiempo, ni tampoco cambien las cualidades de los cuerpos en **movimiento**.

En la física clásica, la determinación precisa del movimiento se expresa mediante las tres leyes de Newton y la ley de la gravitación universal. La primera ley del movimiento, también conocida con el nombre de principio de inercia de Galileo, establece que cuando un cuerpo no se encuentra sujeto a fuerzas que actúen sobre él —es decir, cuando es abandonado a su propio movimiento—, entonces se desplaza libremente con una velocidad uniforme y describiendo una trayectoria rectilínea. Naturalmente, en la mayoría de los casos concretos que podemos observar, advertimos que los cuerpos tienden a dejar de moverse en cuanto cesa la acción de la fuerza que produjo su movimiento; pero esto se explica por el hecho de que dichos cuerpos se encuentran sujetos a fuerzas de fricción con otros cuerpos, lo mismo que a la resistencia del medio en que se mueven. La segunda ley del movimiento se refiere a la variación de la velocidad de los cuerpos —esto es, a su aceleración—, expresando la relación existente entre la fuerza aplicada, la masa del cuerpo y la aceleración. Por lo tanto, la segunda ley del movimiento constituye una definición de la fuerza  $F$  y de la masa  $m$  en función de la aceleración  $a$ , de tal modo que:  $F = ma$ , o bien:  $m = \frac{F}{a}$ . Así, la aceleración producida en un cuerpo determinado por una fuerza también determinada es

siempre de la misma magnitud, independientemente de que entre los diferentes instantes en que se aplique dicha fuerza hayan cambiado la velocidad del cuerpo, su posición, su temperatura o cualquiera otra de sus propiedades. Igualmente, cuando una misma fuerza se aplica a cuerpos con masas diferentes, las aceleraciones que produce se encuentran siempre en la misma proporción que guardan sus masas respectivas. La tercera ley del movimiento establece que la acción ejercida sobre un cuerpo es siempre igual a la reacción que dicho cuerpo ejerce; o sea, dicho de otro modo, que si un cuerpo cualquiera *A* ejerce cierta fuerza sobre otro cuerpo cualquiera *B*, entonces también el cuerpo *B* ejerce sobre el cuerpo *A* una fuerza de igual magnitud en sentido opuesto. De esta manera se advierte cómo es posible aplicar fuerzas iguales a cuerpos de masas diferentes. Por lo demás, es claro que cuando se aplican simultáneamente dos o más fuerzas a un mismo cuerpo, entonces la acción resultante es igual a la suma vectorial de esas fuerzas, es decir, a la composición de ellas tomando en cuenta su magnitud, su dirección y su sentido.

La ley de la gravitación universal expresa el hecho de que entre todos los cuerpos se ejerce siempre una fuerza de atracción, que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Si representamos por *m* y *M* las respectivas masas de dos cuerpos cualesquiera, por *r* su distancia y por  $\gamma$  la constante universal que indica la proporcionalidad de la gravitación, entonces dicha ley queda expresada matemáticamente de la siguiente manera:  $\gamma \frac{mM}{r^2}$ . Esta

ley de la gravitación explica las leyes de Kepler del movimiento planetario, según las cuales cada planeta describe una elipse en la cual uno de sus focos está ocupado por el Sol (primera ley), con velocidades variables determinadas por la regla de la igualdad de las áreas recorridas por el radio vector (segunda ley) y cuyas dimensiones están dadas por la proporcionalidad entre los cuadrados de los periodos y los cubos de los semiejes mayores de la propia elipse descrita (tercera ley). Por cierto, es interesante destacar que en el movimiento planetario se pone claramente de manifiesto la interpenetración entre los dos aspectos contradictorios del movimiento, ya que se tiene simultáneamente un movimiento, en equilibrio entre cada planeta y el Sol, y un equilibrio entre las fuerzas actuantes que producen dicho movimiento. Por otra parte, entre las cargas eléctricas también se ejerce siempre una fuerza que es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Si *q* y *Q* son las respectivas cargas, *r* la distancia entre ellas y *a* la constante de proporcionalidad, entonces dicha ley —denominada de Coulomb— queda expresada matemáticamente así:  $a \frac{qQ}{r^2}$ . Como se advierte fácilmente, la fuerza producida por las cargas

eléctricas es análoga a la fuerza de gravitación producida por las masas; pero con la diferencia de que, mientras la fuerza de gravitación siempre es atrayente en cambio la fuerza producida por las cargas eléctricas puede ser atrayente o repelente. Como existen dos clases opuestas de cargas eléctricas, unas negativas y las otras positivas, resulta que las cargas de la misma clase producen una fuerza repelente, en tanto que las cargas de signos opuestos engendran una fuerza atrayente. En el caso de la interacción de dos polos magnéticos se cumple una ley similar, de tal modo que cuando los dos polos son del mismo signo la fuerza es repelente y cuando se trata de polos de signo contrario la fuerza es atrayente. La magnitud de esta fuerza magnética de atracción o de repulsión es también directamente proporcional al producto de la intensidad magnética de los polos e inversamente proporcional a su distancia; sin embargo, el magnetismo difiere de la electricidad por el hecho de que jamás podemos separar los polos de un imán en forma absoluta, en tanto que sí podemos hacer tal cosa con las cargas eléctricas. Pues bien, las fuerzas que hemos descrito constituyen los tipos fundamentales de fuerzas que se consideran en la física clásica.

## 2. *Universalidad y relatividad del movimiento*

El movimiento de todo lo existente es universal, de tal manera que cada uno de los cuerpos o procesos y el universo en su conjunto se encuentran en movimiento. Sin embargo, para poder determinar el movimiento de un cuerpo en particular, es indispensable referirlo a algún otro cuerpo y únicamente en relación con ese otro cuerpo resulta posible poner de manifiesto la forma de ese movimiento particular y sus características específicas. Así, por ejemplo, el movimiento de un tren se establece con respecto a cuerpos fijos en la superficie terrestre, en tanto que la translación de nuestro planeta se determina mediante las llamadas estrellas fijas. Esta relatividad del movimiento se debe justamente al hecho de que no existe ningún cuerpo en reposo absoluto, sino que todos se encuentran siempre en movimiento. Además, cada cuerpo o proceso está vinculado indisolublemente a los otros cuerpos y procesos existentes, a través de una multitud de formas de interacción universal. Y son precisamente estos vínculos materiales activos los que definen la coordinación de los cambios espaciotemporales de cada cuerpo en particular y de los procesos que en él se desarrollan. Por lo tanto, para poder determinar un movimiento específico cualquiera es indispensable considerar siempre a otro cuerpo que sirva como *punto de referencia*; y, en esas condiciones, la coordinación de los cambios espaciotemporales que se producen con respecto a dicho cuerpo constituye un *sistema de referencia*. Ahora bien, haciendo abstracción del contenido material de las relaciones de espacio y tiempo, se puede establecer la coordinación de los cambios que

ocurren, utilizando un sistema de referencia en el cual se pueden atribuir a cada acontecimiento tres coordenadas espaciales y una coordenada temporal. En realidad, dicho sistema de referencia se apoya siempre en un cuerpo escogido especialmente para desempeñar esa función. Por ejemplo, se pueden tomar como coordenadas espaciales las distancias entre cada punto que se considere y tres planos perpendiculares entre sí, como lo son generalmente el piso y dos de los muros de un salón; o, bien, se pueden tomar el ángulo que forma el plano vertical de un lugar con el plano del ecuador y el ángulo formado por el plano meridiano con el meridiano considerado como origen, tal como se hace para definir la latitud y la longitud geográficas. De una manera simplificada, lo que se acostumbra es establecer un sistema de referencia y definir con respecto a él las tres coordenadas espaciales  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , lo mismo que la coordenada temporal única  $t$ . Y, como es sabido, en la física clásica se puede considerar como sistema de referencia a cualquier sistema inercial —esto es, un sistema en el que se cumpla la ley de inercia—, de tal manera que todo cuerpo que no esté sometido a la acción de ninguna fuerza se encontrará en reposo o estará animado de un movimiento rectilíneo y uniforme con respecto a dicho sistema. Más aún, el propio sistema inercial puede encontrarse en movimiento, con tal que no esté sujeto a ninguna aceleración ni se trate tampoco de un movimiento rotatorio, porque éste implica necesariamente una aceleración hacia el centro de curvatura.

Los sistemas de referencia pueden ser sometidos a diversas transformaciones, sin que por eso varíen las leyes newtonianas del movimiento. En primer lugar, un sistema de referencia puede ser trasladado de un sitio a otro sin que se afecten dichas leyes y, por consiguiente, sin que se modifiquen las propiedades dinámicas de los cuerpos.<sup>2</sup> Esto nos indica, por lo tanto, que las leyes del movimiento permanecen invariantes ante una traslación espacial y, además, que el espacio tiene la propiedad de ser homogéneo en todos los lugares. En consecuencia, es posible escoger como origen del sistema de referencia a un cuerpo situado en cualquier lugar, dado que las leyes del movimiento tienen la misma forma en todos los puntos. También es posible someter el sistema de referencia a una rotación, tomando como centro de giro el punto que sirve como origen del sistema. En este caso, el sistema deja de ser inercial mientras se realiza el movimiento de rotación —debido a la aceleración que se produce—, pero vuelve a serlo en cuanto cesa el movimiento y queda consumada la rotación. Por consiguiente, las leyes del movimiento son invariantes ante una rotación del sistema de referencia y, a la vez, resulta que el espacio tiene la propiedad de ser isotrópico, puesto que los procesos físicos no se alteran sea cual fuere la dirección en que se les considera.<sup>3</sup> Entonces, como todos los cambios de posición en el espacio son traslaciones o rotaciones o, bien, combinaciones de ambas, tenemos que la homogeneidad y la isotropía del espacio nos permiten escoger como sistema de

referencia a cualquier sistema inercial, sin ninguna restricción. Por lo tanto, en cada caso concreto, la selección del sistema de referencia dependerá de lo que resulte más conveniente para las condiciones del problema que se tenga planteado. Por otra parte, las leyes del movimiento son igualmente invariantes ante una reflexión en el espacio, o sea, ante el cambio de un sistema de coordenadas derecho por un sistema de referencia izquierdo.<sup>4</sup> Por ende, las propiedades físicas de los cuerpos se mantienen invariantes, independientemente de que se considere como referencia un sistema derecho o uno izquierdo, debido a que el espacio es simétrico.<sup>5</sup> Por otro lado, las leyes del movimiento son invariantes ante una traslación temporal, es decir, ante el cambio del instante considerado como origen del sistema de referencia a otro instante posterior o anterior.<sup>6</sup> Esto significa que el tiempo es homogéneo y que, por consiguiente, podemos tomar como origen a cualquier instante de su transcurso. Por otro lado, suponiendo abstractamente que fuera posible invertir el sentido en que fluye el tiempo,<sup>7</sup> entonces se podría tener una representación inversa de cada proceso físico, sin que se alteraran por ello las leyes del movimiento. Así, se podría invertir el sentido de la coordenada temporal en cualquier sistema de referencia, dado que el tiempo tiene la propiedad de ser simétrico.<sup>8</sup> Por lo demás, aun cuando el tiempo no se pueda invertir realmente, lo que sí sucede es que la mayoría de los procesos físicos son reversibles y, por ello, pueden ocurrir tanto en un sentido como en el opuesto. Entonces, la simetría temporal se aplica en realidad al hecho de que en los procesos mutuamente reversibles permanecen invariantes las leyes del movimiento y las propiedades dinámicas de los cuerpos.

Además de las transformaciones antes mencionadas, también es posible cambiar de un sistema de referencia a otro que se esté moviendo con una velocidad uniforme respecto al primero o, lo que es lo mismo, que no tenga aceleración. Las leyes del movimiento son invariantes ante dicho cambio en el sistema de referencia —conocido con el nombre de transformación de Galileo—, puesto que todo sistema sujeto a un movimiento uniforme de traslación con respecto a un sistema inercial, también es un sistema inercial.<sup>9</sup> Ahora bien, las seis invariancias que acabamos de relatar —tres espaciales, dos temporales y una de la traslación uniforme— tienen cumplimiento para todos los movimientos considerados dentro de la mecánica clásica. Para poder generalizarlas a todos los movimientos físicos, fue indispensable tomar en cuenta las ecuaciones que expresan el movimiento de los procesos electromagnéticos —entre los cuales está incluida la propagación de las ondas luminosas—, lo mismo que la ley de la constancia de la velocidad de la luz y el hecho de que dicha velocidad constituye el límite máximo de la rapidez con que se puede transmitir la energía. Entonces, se requiere considerar la ecuación de propagación de una onda esférica,  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$ , la cual no es invariante ante una transformación galileana; de tal manera que el paso de un sistema

de referencia a otro sí modifica esta ecuación de movimiento. En consecuencia, fue necesario recurrir a otro tipo de transformación, en la cual se conservara esa invariancia. La nueva transformación quedó expresada en las ecuaciones de Lorentz,<sup>10</sup> conforme a las cuales la ecuación,  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$ , conserva su misma forma.<sup>11</sup> Además, se ha demostrado que toda transformación que permita pasar de las coordenadas  $(x, y, z, t)$  a las coordenadas  $(x', y', z', t')$ , conservando la forma de la ecuación antes expresada, resulta ser una combinación de la transformación de Lorentz con una traslación, una rotación y una reflexión en el espacio, lo mismo que una traslación y una reflexión en el tiempo.

Por consiguiente, tenemos que la expresión relativista de la vinculación entre los cambios espaciales y temporales representa la conservación de la homogeneidad, la isotropía y la simetría del espacio, y de la homogeneidad y la simetría del tiempo. La único que se pierde es la invariancia ante la transformación galileana, pero sólo para ser sustituida por la correspondiente invariancia ante la transformación de Lorentz. Por otra parte, es fácil advertir que las ecuaciones de Lorentz cumplen con el requisito de correspondencia de tal manera que en las condiciones limitadas del dominio de la física clásica, se convierten en las ecuaciones de Galileo. En efecto, cuando los cuerpos se mueven a una velocidad  $v$  que sea muy pequeña en comparación con la velocidad de la luz  $c$  —como ocurre en los procesos pertenecientes al campo de estudio de la física clásica—, entonces las transformaciones de Lorentz se convierten en transformaciones de Galileo.<sup>12</sup> Por otro lado, tenemos que cuando se pasa de un sistema inercial a otro mediante una transformación de Lorentz, se mantiene invariante el vínculo indisoluble entre el espacio y el tiempo y, por ende, permanece constante la ley de la propagación de la luz. A la vez, dentro de este nexo ineludible del espacio-tiempo, se destaca con claridad el hecho de que dos acontecimientos que son simultáneos respecto a un sistema de referencia, pueden dejar de serlo para otro sistema de referencia. Al lado de esta relatividad de la simultaneidad se tiene también la relatividad de las distancias espaciales entre dos acontecimientos y la ley relativista para la suma de las velocidades, con la exigencia de que su resultado sea cuando mucho igual a la velocidad de la luz y jamás mayor, independientemente de la magnitud que tengan las velocidades sumadas. Y, por lo tanto, de las propiedades objetivas expresadas en la ecuación,  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$ , se desprenden como consecuencias las características fundamentales de la cinemática relativista.

### 3. Caracterización de la masa

La masa es una propiedad fundamental de la materia, como lo demuestra el hecho de que todos y cada uno de los objetos existentes tienen siempre

masa. Pero no por ello debe confundirse el concepto de masa con el concepto de materia, ya que este último tiene una extensión mucho mayor. En todo caso, la masa es solamente una de las muchas propiedades de la materia —o sea, de la existencia objetiva— y, por consiguiente, la energía, el espacio, el tiempo, el movimiento y las otras propiedades de los objetos existentes son tan materiales como la masa, y todas ellas son susceptibles de ser comprobadas en el experimento. Además, la masa es una propiedad conocida de una manera tan precisa que es posible medir su magnitud para cada cuerpo en particular y representarla mediante una cantidad, ya se trate de uno de los objetos que tenemos a nuestro alcance en la vida cotidiana, de una enorme estrella o de un diminuto electrón. La noción elemental de la masa quedó establecida por la manifestación de la resistencia o reacción que opone cualquier cuerpo a un cambio en su estado de movimiento —incluyendo el caso particular del reposo—, cuando recibe la acción o el impulso de una fuerza. Por lo tanto, ya en su manifestación elemental, la masa se muestra ligada inseparablemente a la fuerza. Al mismo tiempo que son inseparables, la masa y la fuerza pueden intercambiarse entre sí y transformarse mutuamente una en la otra. Por ejemplo, una viga que se encuentra apoyada sobre una columna ejerce en ésta una presión debido a su masa y, en consecuencia, la masa de la viga se muestra entonces como una fuerza. A la vez, en ese mismo caso, la columna ejerce sobre la viga una fuerza —igual y opuesta a la que recibe— que impide el movimiento y mantiene la estabilidad del sistema formado por la viga y la columna, de manera que la fuerza se manifiesta así como masa resistente. La masa de un cuerpo se puede medir comparándola con la masa de otro cuerpo o, bien, estableciendo la relación inversa entre la masa y la aceleración de dicho cuerpo con la masa y la aceleración de otro cuerpo con el cual se encuentre en interacción. En el primer caso se obtiene el valor de la masa gravitacional y, en el segundo caso, el de la masa inercial; con la circunstancia de que dichos valores son siempre idénticos para un mismo cuerpo. A más de esto, la masa es invariante ante todas las transformaciones posibles que se estudian en la física clásica, y a las cuales nos hemos referido en la sección anterior, lo mismo que ante todas las reacciones químicas. La persistencia e invariancia de esta propiedad universal de los procesos existentes, ha sido comprobada experimentalmente de manera incontrovertible y se encuentra expresada en el principio de conservación de la masa.

Por otra parte, toda partícula cargada eléctricamente tiene también una masa cuya magnitud se determina mediante la carga eléctrica o cantidad de electricidad, las dimensiones de la partícula y la velocidad de la luz.<sup>13</sup> Al propio tiempo, de acuerdo con la ley de la auto-inductancia, cuando una partícula cargada eléctricamente es sometida a un desplazamiento, muestra cierta renuencia al intento de acelerarla y, por lo tanto, presenta resistencia al au-

mento de la intensidad del campo eléctrico correspondiente. En consecuencia, el movimiento de dicho campo eléctrico produce el surgimiento de un campo magnético y la coexistencia de ambos campos implica un flujo de energía y una inercia adicional. De este modo se pone de manifiesto la existencia de la inercia de la energía electromagnética o radiación, que implica una masa inercial adicional en la partícula. En el caso de que se trate de un cuerpo de dimensiones comparables a las humanas o mayores y teniendo en cuenta la magnitud de las cargas eléctricas que son manejadas efectivamente en los experimentos, la masa inercial correspondiente a la energía electromagnética resulta ser de una magnitud ínfima y, por ende, de un valor despreciable. Pero en cambio, cuando se trata de las partículas atómicas, dicha masa adicional debida a la inercia de la energía resulta ser del mismo orden de magnitud que su masa inercial en reposo. Posteriormente, la teoría de la relatividad condujo al descubrimiento de que todas las formas de energía —y no sólo la energía electromagnética o radiación— poseen inercia y añaden, por consiguiente, una masa inercial a las partículas.<sup>14</sup> Y esta generalización de la inercia de la energía trajo como consecuencia el reconocimiento de la relación indisoluble que existe entre la masa y la energía, lo mismo que entre el principio de conservación de la masa y el principio de conservación de la energía.

Más adelante, los resultados de varios experimentos y las exigencias planteadas por la teoría de la relatividad llevaron conjuntamente al descubrimiento de que la masa de un cuerpo depende de su estado de movimiento, del mismo modo como ocurre con su energía y con sus propiedades espaciales y temporales. Esto significa que la cantidad de movimiento de un cuerpo aumenta mucho más rápidamente que su velocidad y, como la cantidad de movimiento se mide por el producto de la masa por la velocidad, resulta que la masa aumenta con la velocidad en vez de ser invariante ante el movimiento. Naturalmente, para que este incremento de la masa se haga notable, es necesario que el cuerpo se mueva a una gran velocidad.<sup>15</sup> Entonces, la masa de un cuerpo es la suma de su masa en reposo y de su masa debida a la energía cinética de su movimiento.<sup>16</sup> Ahora bien, esta relatividad de la masa puso claramente de manifiesto la estrecha conexión existente entre la masa y la energía, lo mismo que su conversión mutua y equivalente. La masa depende de la energía y, recíprocamente, la energía depende de la masa. En consecuencia, en la física relativista se mantiene la vigencia del principio de conservación de la masa, sólo que conjugado indisolublemente con el principio de conservación de la energía;<sup>17</sup> de tal manera que la masa se conserva —ya sea como masa o convertida en energía— y la energía también se conserva —ya sea como energía o transformada en masa—, siempre en la relación precisa expresada por la ecuación de Einstein:  $E = mc^2$ . Sin embargo, debemos tener presente que el incremento de la masa es un resultado

del movimiento relativo del cuerpo. Y, por ello, cada partícula aumentará su masa con respecto a las otras partículas que sirven como referencia para su movimiento; mientras que, respecto a la propia partícula en movimiento, son las otras partículas las que experimentan un incremento en su masa.

El incremento que experimenta la masa  $m$  de un cuerpo cuando se mueve a grandes velocidades, ha sido determinado con exactitud mediante una ecuación en la que figuran la velocidad  $v$  y la masa en reposo  $m_0$  del cuerpo, y la velocidad de la luz  $c$ .<sup>18</sup> Cuando el cuerpo se mueve a la velocidad de la luz, entonces el denominador de la ecuación se reduce a cero y, por ende, la masa  $m$  debida al movimiento adquiere un valor infinito. Por esto ningún cuerpo cuya masa en reposo no se pueda considerar nula es capaz de moverse a la velocidad de la luz. Y por eso mismo el fotón o cuanto de la radiación es considerado como el caso límite de la partícula material, atribuyéndole una masa en reposo nula.<sup>19</sup> En tal caso, como la energía del fotón —al igual que la de cualquier otra partícula— está determinada por la ecuación,  $E = mc^2$ , podemos sustituir a  $m$  por su valor en la ecuación anterior.<sup>20</sup> De esta manera, la energía cinética queda determinada por la masa y la velocidad, mientras que la energía radiante se determina por la frecuencia y la acción.<sup>21</sup> Todo esto condujo al establecimiento de una nueva ley del movimiento para las partículas materiales sujetas a enormes velocidades, en la cual se encuentra incluida también la gravitación. Por consiguiente, la dualidad clásica —representada por las leyes del movimiento inercial y la ley del movimiento gravitacional— ha desaparecido al quedar superada por otra ley única del movimiento, que puede enunciarse de este modo: Todos los cuerpos se mueven libremente describiendo geodésicas —o sea, las trayectorias que son físicamente más cortas— a través del espacio-tiempo, independientemente de que se consideren regiones situadas en la proximidad de otros cuerpos o regiones alejadas de otros cuerpos en el espacio interestelar. Como es fácil advertir, quedan comprendidos los campos gravitacionales determinados por la interacción de los cuerpos, lo mismo que los campos inerciales producidos por la aceleración. Esta ley relativista del movimiento implica físicamente la conservación de la masa, la energía y la cantidad de movimiento. En rigor, tanto el principio de conservación de la masa y la energía como el principio de conservación de la cantidad de movimiento, son aspectos parciales de la conexión directa e insoluble entre el espacio-tiempo, la distribución de los cuerpos y su movimiento. Y en este continuo espaciotemporal, la energía y la masa conjugadas representan la componente temporal, en tanto que la cantidad de movimiento representa las tres componentes espaciales.<sup>22</sup>

#### 4. *La masa de las partículas elementales*

En el nivel de las partículas atómicas o elementales, los procesos físicos muestran características diferentes a las que tienen en otros niveles. Uno de los rasgos más importantes es el hecho de que la masa de dichas partículas no es inmutable, sino que es distinta cuando la partícula se encuentra en estado libre de la que tiene cuando forma parte integrante de un átomo y, en rigor, varía también de una estructura atómica a otra. Además, existen igualmente muchos procesos que resultan extraños respecto a los que ocurren en el nivel de la física clásica o en el de la física relativista. Tales procesos consisten principalmente en la aparición de nuevas partículas y la desaparición de otras (como sucede con la absorción y la emisión de fotones), en el surgimiento y la aniquilación de parejas de electrones (uno positivo y el otro negativo) y en la trasmutación recíproca de varias partículas (desintegración de mesones, emisiones beta, descomposición de hiperones y otras). En todos estos procesos se pone de manifiesto la inestabilidad de la mayoría de las partículas elementales ya que, con excepción del neutrino, el electrón y el protón, todas ellas acaban por desintegrarse hasta llegar a convertirse en alguna de esas tres partículas estables, o bien se transforman en radiación —esto es, en fotones—, o se convierten simultáneamente en ambas cosas. Por supuesto, en ninguno de estos procesos se mantiene invariante la masa de las partículas, sino que se produce siempre una transformación de masa en energía o, al revés, de energía en masa. Al propio tiempo, la explicación de dichos procesos implica la exigencia relativista de la invariancia de la velocidad de la luz y la consideración de los campos de fuerzas producidos por las mismas partículas. En consecuencia, tomando en cuenta la equivalencia de masa y energía, la constancia de la velocidad de la radiación y los campos de fuerzas, la teoría cuántica de los campos permite describir precisamente esos procesos y calcular la probabilidad con que se producen. De este modo, los procesos atómicos son investigados en su interacción constante con su medio material, a la vez que se les considera de una manera más consecuente con su evolución.

Las partículas elementales han sido clasificadas en varios grupos, tomando como base la magnitud de sus masas. Generalmente, la masa de las partículas elementales es referida a la masa del electrón, cuyo valor es de  $9.1055 \times 10^{-28}$  gramos, que es considerada así como la unidad de masa. El primer grupo está integrado por los fotones, a los cuales se les atribuye una carga en reposo nula —por las razones que ya hemos expuesto—, que carecen de carga eléctrica y cuyo espín tiene el valor de una unidad de cantidad de movimiento angular.<sup>23</sup> A continuación tenemos el grupo de los leptones —formado por los neutrinos, los electrones y los mesones  $mu$ —, cuyas masas varían entre 0.0005 y 207 unidades, que pueden tener carga positiva o negativa o ser

neutros, y cuyo espín es de  $\frac{1}{2}$  de unidad de cantidad de movimiento angular. Luego vienen los mesones *pi*, con una masa de 264 a 273 unidades, con carga eléctrica negativa o positiva o sin carga, y con un espín nulo. Después tenemos los mesones pesados *kappa*, con una masa de 965 a 986 unidades, con carga positiva o negativa o sin carga eléctrica, y con un espín nulo. En seguida tenemos los nucleones —que son los protones y los neutrones— con una masa de 1 836 a 1 838 unidades, con carga positiva o negativa o carentes de carga, y con un espín igual a  $\frac{1}{2}$  de unidad de cantidad de movimiento angular. Finalmente se encuentran los hiperones —cuyo grupo está integrado por las partículas *lambda*, *sigma* y *xi*—, cuyas masas van de 2 181 a 2 586 unidades, que tienen carga negativa o positiva o carecen de carga eléctrica, y poseen un espín de valor semi-entero, o sea, que dicho valor es un múltiplo impar de  $\frac{1}{2}$  de unidad de cantidad de movimiento angular. Cuando las partículas elementales no son neutras, su carga eléctrica tiene siempre el mismo valor, aunque puede ser negativa o positiva.<sup>24</sup> Los valores discontinuos que tienen las masas de las partículas elementales y las magnitudes cuánticas de sus cargas eléctricas y de sus cantidades de movimiento angular, se encuentran relacionados íntimamente con la cuantificación de su energía, de su cantidad de movimiento lineal y de sus otras características dinámicas. Como es sabido, la cuantificación de la energía y de las cantidades de movimiento lineal y angular también se tiene en el caso de los fotones, no obstante que carecen de carga eléctrica y de que su masa en reposo es considerada como nula. Lo que no se ha encontrado aún es una relación entre las masas de las partículas, que permita explicarlas como distintos estados cuánticos de una masa básica.

Los núcleos de los átomos son partículas compuestas de protones positivos y neutrones; salvo el caso del núcleo del átomo de hidrógeno liviano ordinario, que está constituido por un solo protón. Por lo tanto, la carga eléctrica del núcleo atómico es igual a la suma de las cargas de los protones que lo integran, los cuales coinciden a su vez con el número de electrones negativos perinucleares y, por ende, con el número atómico del elemento de que se trate. En cambio, la masa del núcleo atómico no es igual a la masa de los protones y neutrones que lo forman, excepto en el caso del núcleo del hidrógeno liviano. Más precisamente, la masa de un núcleo es siempre menor que la suma de las masas de sus nucleones, y la diferencia entre ambas se conoce con el nombre de *defecto de masa*. Tal como se ha comprobado experimentalmente, lo que sucede es que al conjugarse los protones y neutrones para formar un núcleo atómico, una parte de su masa se convierte en energía. La magnitud de la masa transformada en energía corresponde exactamente al *defecto de masa*, y la energía resultante es liberada en forma de radiación, es decir, de fotones. Lo que es más, la cohesión de los nucleones está relacionada directamente con el defecto de masa.<sup>25</sup> Por lo tanto, el defecto de masa es el resultado de una conversión de masa en energía. Por otra parte,

la transformación de los fotones de la radiación gamma en parejas de electrones —uno positivo y otro negativo— ocurre en las proximidades del núcleo atómico, que en este caso sirve simplemente como catalizador de esa reacción. Sin embargo, para que dicha trasmutación se realice es necesario que el cuanto de los rayos gamma sea suficientemente elevado para que su energía suministre la masa y la energía en reposo de los dos electrones, además de la energía indispensable para impartirles cierta velocidad. En este caso también se cumple la ley de conservación de la cantidad de electricidad, ya que la carga total de la pareja de electrones es nula, al igual que la de los fotones. En consecuencia, lo que tenemos en este caso es una conversión parcial de la energía de los fotones gamma, misma que se transforma en la masa de los dos electrones. Y, como es posible comprobarlo, en todas las trasmutaciones y reacciones de desintegración que ocurren entre las partículas elementales, lo mismo que en todos los procesos de integración y de descomposición de los átomos, nos encontramos indefectiblemente con transformaciones recíprocas entre la masa, la energía, la carga y la acción de dichas partículas.

##### 5. *La cantidad de movimiento*

La cantidad de movimiento de un cuerpo es el producto de la masa por la velocidad,  $mv$ . Esta relación entre la masa y la velocidad constituye una medida del movimiento; y todos los cambios que ocurren en los estados de movimiento de un conjunto de partículas que se encuentran en interacción, consisten en transferencias mutuas de cantidad de movimiento entre dichas partículas. Además, la cantidad de movimiento sirve también para medir la fuerza, como el cambio que se produce en la cantidad de movimiento de un cuerpo en un tiempo dado; lo mismo que para medir la energía, que es proporcional al producto de la cantidad de movimiento por la velocidad; para medir la acción, que es proporcional al producto de la cantidad de movimiento por la distancia; y para medir la potencia, que es el producto de la cantidad de movimiento por la aceleración. Por otra parte, al igual que la fuerza, la efectividad de la cantidad de movimiento también depende de la distancia. Como es bien sabido, la efectividad de una fuerza que tiende a hacer girar un cuerpo alrededor de un eje, aumenta en proporción directa de la distancia entre la fuerza y el eje de giro. Entonces, esa efectividad se mide por el momento de la fuerza, que es el producto de la magnitud de esa fuerza por su distancia al eje en cuestión. De manera análoga, el momento de la cantidad de movimiento es el producto de la cantidad de movimiento por la distancia entre el cuerpo y el eje de giro. Por ello, el momento de la cantidad de movimiento también se denomina cantidad de movimiento angular.<sup>26</sup> Pues bien, cuando un movimiento mecánico existente en un cuerpo es transferido en la misma forma a otro cuerpo, entonces dicha transferencia

tiene lugar de acuerdo con la relación del producto de la masa por la velocidad, o sea, que se mide por la cantidad de movimiento,  $mv$ . Pero, en cambio, cuando el movimiento mecánico existente en un cuerpo es transferido a otro cuerpo convirtiéndose en otra forma de movimiento, entonces dicha transferencia es proporcional al producto de la masa por el cuadrado de la velocidad, o sea, que se mide por la energía cinética,  $\frac{1}{2}mv^2$ . En otras

palabras, la cantidad de movimiento representa un movimiento mecánico medido como movimiento mecánico, en tanto que la energía cinética representa un movimiento mecánico medido en su capacidad para convertirse en una cantidad equivalente de otra forma de movimiento.<sup>27</sup>

Tal como lo hemos expresado anteriormente, todas las partículas elementales poseen cierta cantidad de movimiento.<sup>28</sup> Incluso la manera de determinar que una partícula material ha terminado un proceso de emisión de energía radiante, es por el hecho de que su energía haya decrecido sin que exista ninguna otra causa o, bien, porque se haya producido un cambio en su cantidad de movimiento que tampoco sea atribuible a una causa distinta. Igualmente, un modo de descubrir la existencia de una radiación es mediante la determinación de la presión que ejerce, esto es, de la cantidad de movimiento que imparte a una partícula elemental. En tal caso, en vez de medir la energía, se mide la cantidad de movimiento impartida a la partícula por la presión de la radiación. Por lo tanto, independientemente de que los fotones carezcan de algunas de las características asociadas a los corpúsculos, el hecho es que tienen una cantidad de movimiento  $p$  en la dirección de la propagación de la radiación. El efecto Compton suministra, entre otras, una prueba experimental de la existencia de esta propiedad en los fotones.<sup>29</sup> Los valores de la cantidad de movimiento y de la masa del fotón han sido determinados con precisión, partiendo de su velocidad  $c$ , su frecuencia  $\nu$  y su energía  $h\nu$ .<sup>30</sup> Por otra parte, De Broglie estableció que todas las partículas elementales se encuentran asociadas en su movimiento con una onda plana sinusoidal, y que la energía y la cantidad de movimiento de la partícula están conectadas con la frecuencia y la longitud de onda de esa onda, por las mismas relaciones que existen entre las correspondientes propiedades de los fotones y las de las ondas de la radiación.<sup>31</sup>

De acuerdo con las relaciones anteriores, las crestas de la onda se mueven mucho más rápidamente que la partícula.<sup>32</sup> Cuando la velocidad corpuscular es igual a la de la luz, como sucede con el fotón, su velocidad ondulatoria es también la de la luz; y, para velocidades corpusculares pequeñas, comparadas con la de la luz, la longitud de onda queda determinada por la constante de Planck  $h$ , la masa  $m$  y la velocidad corpuscular  $v$ .<sup>33</sup> Estas propiedades han sido comprobadas experimentalmente, tanto para los electrones como para las otras partículas elementales; con lo cual han quedado demostradas objeti-

vamente las ecuaciones que representan las relaciones entre dichas propiedades. Finalmente, cuando una partícula elemental se encuentra en reposo, de modo que su velocidad corpuscular  $v$  es nula, entonces resulta que su velocidad ondulatoria y su longitud de onda se hacen infinitas. En tal caso, la onda plana sinusoidal degenera en una onda estacionaria, que se manifiesta como una vibración existente en el espacio que circunda a la partícula. Por consiguiente, la estrecha conjugación entre el aspecto corpuscular y el aspecto ondulatorio, que caracteriza a las partículas elementales, se expresa con claridad en las relaciones existentes entre la energía y la cantidad de movimiento —propiedades corpusculares— y las relaciones entre la frecuencia y la longitud de onda —propiedades de la propagación ondulatoria— de las propias partículas.

#### 6. *Conservación de la cantidad de movimiento*

La cantidad de movimiento es una propiedad física que puede variar en un mismo cuerpo, de acuerdo con los cambios que ocurran en su estado de movimiento. Pero, cuando se considera el universo entero o un sistema aislado, entonces la cantidad de movimiento total se mantiene constante. Esta ley de la conservación de la cantidad de movimiento se refiere tanto a la cantidad de movimiento lineal como a la cantidad de movimiento angular. Además, dicha ley representa una expresión tan profunda y objetiva de las propiedades físicas del universo, que se ha comprobado experimentalmente su cumplimiento riguroso en la física clásica, en la física relativista y en la física cuántica. O sea, dicho en otras palabras, que su validez se extiende a las interacciones de todos los cuerpos, ya se trate de objetos estelares, de objetos comparables a las dimensiones humanas o de objetos ultramicroscópicos. Precisamente el hecho de que las leyes de conservación se cumplan en todos los dominios de la física ha destacado últimamente su enorme importancia; ya que otras muchas leyes clásicas han tenido que sufrir modificaciones radicales para poder ser aplicables a los procesos relativistas o cuánticos o, sencillamente, no se cumplen en dichos procesos. Por otro lado, cada una de las leyes de conservación se encuentra conectada con una ley de simetría o, lo que equivale a lo mismo, con un principio de invariancia. Así, existe una correspondencia biunívoca entre la conservación de la cantidad de movimiento lineal y la invariancia de las leyes físicas ante una translación espacial; y, análogamente, también se tiene una correspondencia biunívoca entre la conservación de la cantidad de movimiento angular y la invariancia de las leyes físicas ante una rotación espacial. Por último, teniendo en cuenta la física entera —esto es, el dominio de la física relativista, el de la mecánica cuántica y el de la física clásica— tenemos que fundamentalmente existen sólo tres leyes de conservación: el principio de conservación

de la cantidad de movimiento —tanto lineal como angular—, el principio de conservación y transformación de la masa y la energía, y el principio de conservación de la cantidad de electricidad. Y, por lo demás, dichos principios se encuentran conectados estrechamente entre sí, en virtud de las múltiples relaciones mutuas que enlazan activamente la masa, la energía, la cantidad de movimiento y la carga eléctrica de los procesos existentes.

En el caso de los procesos atómicos, el principio de conservación de la cantidad de movimiento ha resultado sumamente fructuoso para la determinación de muchas propiedades de las partículas elementales. Pero, por supuesto, primero fue indispensable que se verificara experimentalmente su cumplimiento en este dominio de la física; lo cual provocó graves dificultades y suscitó muchas discusiones apasionadas. Tal vez una de las controversias más conocidas fue la que se sostuvo acerca de la interpretación que debería darse al efecto Compton. Como es sabido, dicho efecto consiste en que el choque de una radiación de alta frecuencia —y, por ende, de gran energía— con un cuerpo macroscópico, hace que la radiación sea desviada en varias direcciones y sufra una disminución en su frecuencia —y, por lo tanto, en su energía—, al propio tiempo que el cuerpo macroscópico emite electrones con una cantidad de movimiento equivalente a la disminución de energía de los fotones de la radiación. El mismo Compton formuló una hipótesis que constituye una explicación cuantitativa de ese efecto, aplicando las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento al choque entre la radiación y el cuerpo macroscópico. Por su parte, Bohr formuló otra hipótesis según la cual no habría ninguna conexión causal entre el impacto de los fotones de la radiación y la emisión de los electrones, ni tampoco con la desviación y la disminución de energía de los propios fotones, negando en consecuencia la validez de los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento. Ante la tajante alternativa así planteada, Bothe y Geiger planearon un experimento decisivo y lo llevaron a cabo. El resultado obtenido en dicho experimento demostró que la explicación de Compton es la acertada; y entonces Bohr reconoció que su interpretación era errónea. De esta manera se verificó experimentalmente el cumplimiento riguroso de las leyes de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía en los choques entre fotones y electrones. Después se ha verificado igualmente su cumplimiento en todas las interacciones de las partículas elementales. Y, lo que es más, posteriormente se ha encontrado que los principios de conservación sirven de fundamento para explicar algunas de las propiedades cuánticas más importantes.

Los átomos de los distintos elementos químicos constituyen sistemas estables y aislados, mientras no emiten radiación o absorben energía en esa misma forma o en otra. Por consiguiente, la cantidad de movimiento de cada átomo se mantiene constante cuando se encuentra aislado. A la vez,

también durante la emisión de energía radiante se cumple el principio de conservación de la cantidad de movimiento; ya que la cantidad de movimiento de los fotones emitidos es igual y opuesta al cambio sufrido por la cantidad de movimiento del átomo. En el caso del choque entre un átomo y otra partícula, cuando la energía de esta última es menor que la requerida para provocar el salto cuántico de un electrón atómico a una órbita de mayor energía —o sea, cuando es menor que la energía de resonancia—, entonces el choque se produce como una colisión entre cuerpos perfectamente elásticos. Por lo tanto, la suma de las cantidades de movimiento del átomo y de la otra partícula se conserva igual antes y después del choque, independientemente de que varíe en ambos la cantidad de movimiento individual. En cambio, cuando la energía de la partícula que choca con el átomo es igual o mayor que la energía de resonancia, entonces puede ser absorbida por el átomo provocando el salto cuántico de uno de sus electrones y el correspondiente aumento en la cantidad de movimiento del mismo electrón. Como consecuencia, el átomo pasa de su estado estable a un estado de excitación, que tiene una duración sumamente breve y termina cuando el electrón excitado vuelve a su órbita estable y la energía que el átomo había absorbido en el choque es emitida en forma de radiación. Por su parte, la otra partícula sale despedida del choque con una cantidad de movimiento menor y que difiere de la que tenía anteriormente en la magnitud requerida exactamente para compensar la energía absorbida por el átomo. De esa manera, este segundo tipo de choque es semejante a una colisión entre cuerpos blandos y, por ende, no elásticos. Por supuesto, también puede suceder que la energía cinética de la partícula que choca con el átomo sea de tal magnitud que provoque varios saltos cuánticos o, incluso, que produzca la expulsión de un electrón atómico, con la consiguiente transformación del átomo en un ión positivo. Igualmente se pueden producir choques que consisten propiamente en un proceso inverso, cuando el átomo previamente excitado tiene una colisión con otra partícula y, en vez de emitir su energía de excitación en forma de radiación, la transfiere a la otra partícula en forma de energía cinética, provocando un aumento en su cantidad de movimiento. En todos estos casos, se cumplen rigurosamente los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento.

#### 7. *Quantización de la cantidad de movimiento*

Como ya lo expresamos antes, cuando un átomo se encuentra en estado estable, su cantidad de movimiento angular se conserva constante en magnitud y sentido. Es más, como el núcleo atómico se mantiene fijo y carece de movimiento de rotación, resulta que la cantidad de movimiento angular del átomo es igual a la cantidad de movimiento de sus electrones. En el caso

del átomo de hidrógeno, que tiene un solo electrón perinuclear, su cantidad de movimiento angular es igual al producto de la masa del electrón  $m$ , su distancia al núcleo  $r$  y su velocidad  $v$ , esto es,  $mrv$ . Ahora bien, para poder explicar satisfactoriamente los procesos de absorción y emisión de energía radiante que ocurren en los átomos, Bohr planteó la necesidad de establecer una condición limitante respecto al movimiento de los electrones atómicos. De acuerdo con dicha condición, los electrones no pueden describir una órbita cualquiera alrededor del núcleo, sino que siempre se mueven en ciertas trayectorias privilegiadas cuyas distancias al núcleo forman una serie de valores discretos y, por lo tanto, cuánticos. Y la condición que determina esa serie de valores posibles para las distancias de dichas órbitas es justamente el hecho de que la cantidad de movimiento angular del electrón únicamente puede ser la correspondiente a un múltiplo entero de la magnitud

$\frac{h}{2\pi}$ , en donde  $h$  es la constante del cuanto de acción de Planck y  $\pi$  es la

conocida relación entre la circunferencia y el diámetro del círculo. Esta condición crítica de cuantización de la cantidad de movimiento angular, que primero fue establecida como una hipótesis, ha resultado después como una consecuencia directa de las ecuaciones que expresan los conocimientos adquiridos sobre los procesos atómicos.<sup>34</sup> Más aún, de una manera coincidente, la consideración del movimiento ondulatorio de los electrones condujo al descubrimiento de que sus trayectorias atómicas tienen necesariamente longitudes que son múltiplos enteros de la longitud de onda de los propios electrones, y dichas longitudes orbitales son precisamente las trayectorias resultantes de la cuantización de la cantidad de movimiento angular.

Tenemos entonces que las cantidades de movimiento angular de los electrones atómicos son múltiplos enteros de la magnitud  $\frac{h}{2\pi}$  y, por lo tanto, sus

valores forman la serie cuyos términos pueden expresarse por  $n \frac{h}{2\pi}$ , en donde  $n$  puede tomar los valores: 1, 2, 3, 4, . . . , o sea, la sucesión de los números

naturales. La magnitud  $\frac{h}{2\pi}$  es considerada como la "unidad de cantidad de

movimiento angular" y el número  $n$  se denomina número cuántico principal. Pues bien, tomando en cuenta que la cantidad de movimiento angular es igual al producto de la masa por la velocidad y por el radio,  $mrv$ , y que la velocidad  $v$  debe tener un valor tal que la fuerza centrífuga sea igual a la atracción electrostática del núcleo, resulta que el radio de la primera órbita electrónica en el átomo de hidrógeno es de  $0.527 \times 10^{-8}$  centímetros, valor que es del orden de magnitud requerido por la teoría cinética de los gases

para las dimensiones atómicas. Como en la ecuación que expresa el valor del radio, figura el número atómico principal elevado a la segunda potencia,<sup>35</sup> tenemos que los radios de las órbitas subsecuentes se encuentran en una relación proporcional a la serie de los cuadrados de los números naturales; esto es, que la segunda órbita tiene un radio 4 veces mayor que la primera, la tercera 9 veces mayor, la cuarta 16 veces mayor y así sucesivamente. Por otra parte, cada electrón gira como una especie de trompo y, por consiguiente, posee una cantidad de movimiento angular o espín que le es intrínseco, cuyo valor es de un medio de la unidad de cantidad de movimiento angular,

$\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$  y que sólo puede tener dos sentidos.<sup>36</sup> A la vez, el electrón tiene

también un momento magnético intrínseco en sentido contrario, cuyo valor es el de un magnetón de Bohr.<sup>37</sup> Además de la condición ya señalada, existen otras tres condiciones cuánticas para las órbitas electrónicas, mismas que se encuentran expresadas por sendos números cuánticos. El número cuántico azimutal  $l$  se refiere al hecho de que la cantidad de movimiento angular total, considerando el movimiento de precesión de la órbita electrónica, tiene que ser también un múltiplo entero de la unidad de cantidad de movimiento angular. El número cuántico magnético  $m$  determina las inclinaciones de los diversos planos orbitales con respecto a la dirección del campo magnético, o sea, que expresa la proyección de la cantidad de movimiento angular sobre un eje; por supuesto, cuando no existe campo magnético, el número cuántico  $m$  carece de significado. Finalmente, el número cuántico interno  $j$  expresa el hecho de que el espín del electrón siempre se encuentra orientado normalmente al plano orbital —teniendo uno u otro sentido en esa dirección—, de tal manera que representa la cantidad de movimiento angular resultante del espín expresada en unidades cuánticas.

El número cuántico principal  $n$  puede adoptar cualquier valor correspondiente a la serie de los números naturales, de modo que:  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ ; y sus cambios de valor no están sujetos a ninguna restricción. Para cada valor del número cuántico  $n$  son posibles todos los valores del número cuántico azimutal  $l$ , con tal que sean menores o cuando mucho iguales a una unidad menos que  $n$ ; por lo tanto, dichos valores serán:  $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, (n-1)$ . Pero los saltos cuánticos de los electrones solamente son posibles entre órbitas cuyo número azimutal  $l$  difiera en una unidad, o sea, que dicho número puede cambiar en  $+1$  ó en  $-1$ . Cuando el número cuántico azimutal  $l$  es igual a  $(n-1)$ , la órbita electrónica es circular; y, cuando su valor es menor, la órbita es una elipse cuya excentricidad aumenta a medida que  $l$  es más pequeño. Respecto al número cuántico interno  $j$ , tenemos que su valor es de  $1/2$  cuando el número cuántico  $l$  es igual a cero; y, cuando dicho número  $l$  es mayor que cero, entonces el número cuántico  $j$  puede tener los valores  $(l-1/2)$  y  $(l+1/2)$ .

Por consiguiente, los valores de  $j$  son siempre números semi-enteros, esto es, múltiplos impares de  $1/2$ . Los cambios del número cuántico interno  $j$  pueden ser de  $+1$ , de  $0$  y de  $-1$ . Por su parte, el número cuántico magnético  $m$  puede adoptar tantos valores como el doble del valor de  $j$  más una unidad, es decir,  $(2j + 1)$ , de modo que sus valores están dados por la serie siguiente:

$$m = -j, -(j-1), -(j-2), \dots, +(j-2), +(j-1), +j;$$

de tal manera que cuando  $j$  vale  $1/2$ , el número  $m$  tendrá dos valores, para  $j = 3/2$  habrá cuatro valores de  $m$ , para  $j = 5/2$  existirán seis valores de  $m$ , y así sucesivamente. Los cambios del número cuántico azimutal  $l$  pueden ser de  $+1$ , de  $0$  y de  $-1$ ; y sus valores serán siempre números semi-enteros, positivos o negativos.

Tomando en cuenta todas las combinaciones entre las posibilidades que hemos señalado respecto a los valores de los cuatro números cuánticos,  $n$ ,  $l$ ,  $j$ ,  $m$ , se puede formar la tabla, con las primeras 28 órbitas electrónicas que cumplen las condiciones de cuantización de la cantidad de movimiento angular:

$n$	$l$	$j$	$m$
1	0	$1/2$	$-1/2$
1	0	$1/2$	$+1/2$
2	0	$1/2$	$-1/2$
2	0	$1/2$	$+1/2$
2	1	$1/2$	$-1/2$
2	1	$1/2$	$+1/2$
2	1	$3/2$	$-3/2$
2	1	$3/2$	$-1/2$
2	1	$3/2$	$+1/2$
2	1	$3/2$	$+3/2$
3	0	$1/2$	$-1/2$
3	0	$1/2$	$+1/2$
3	1	$1/2$	$-1/2$
3	1	$1/2$	$+1/2$
3	1	$3/2$	$-3/2$
3	1	$3/2$	$-1/2$
3	1	$3/2$	$+1/2$
3	1	$3/2$	$+3/2$
3	2	$3/2$	$-3/2$
3	2	$3/2$	$-1/2$
3	2	$3/2$	$+1/2$
3	2	$3/2$	$+3/2$
3	2	$5/2$	$-5/2$
3	2	$5/2$	$-3/2$
3	2	$5/2$	$-1/2$
3	2	$5/2$	$+1/2$
3	2	$5/2$	$+3/2$
3	2	$5/2$	$+5/2$

Por supuesto, el número cuántico principal  $n$  puede adoptar valores superiores a 3 y, por ende, el número de órbitas posibles es mucho mayor. Cada una de las combinaciones posibles entre los cuatro números cuánticos define precisamente una órbita cuántica. En virtud del principio de exclusión de Pauli, en cada una de estas órbitas posibles se puede encontrar un electrón, y sólo un electrón; porque no puede haber más de un electrón que tenga el mismo estado cuántico dentro de un sistema o, como es aquí el caso, dentro de un mismo átomo. Pero, es obvio que en cada átomo solamente habrá electrones en tantas órbitas posibles como correspondan al número atómico del elemento de que se trata.<sup>38</sup> Por ello mismo, es claro que las otras órbitas posibles se encontrarán vacías; salvo en el caso de que el átomo pase a un estado de excitación y un electrón sufra un salto cuántico para ocupar una de ellas, aun cuando siempre dejando vacía entonces la que antes ocupaba. Ahora bien, lo que es muy importante destacar es el hecho de que los cuatro números cuánticos,  $n$ ,  $l$ ,  $j$ ,  $m$ , son proporcionales a la unidad de cantidad de movimiento angular,  $\frac{h}{2\pi}$ . En consecuencia, las órbitas cuánticas posibles están determinadas completamente por la cantidad de movimiento angular del electrón atómico. Esto es, dicho en otras palabras, que la cuantización de la cantidad de movimiento angular es la que define las cuatro condiciones cuánticas del movimiento de los electrones en el interior del átomo. Y, por lo tanto, la cantidad de movimiento angular desempeña una función fundamental en las relaciones existentes entre las propiedades cuánticas de los electrones atómicos.

#### 8. Relaciones entre la cantidad de movimiento y la extensión espacial

Para determinar la cantidad de movimiento de un átomo es necesario realizar una medición precisa de la variación que experimenta durante la emisión de energía radiante. Al ejecutar esa medición se encuentra que la cantidad de movimiento de la radiación emitida es igual y opuesta al cambio experimentado en la cantidad de movimiento del átomo. La energía radiante es emitida en la misma dirección de la reculada que experimenta el átomo, pero en sentido contrario; y, por lo tanto, se tiene un haz de radiación. En cambio, cuando se ejecuta una medición exacta de la posición espacial ocupada por el átomo, resulta que tanto la cantidad de movimiento como el cambio que se produce en su magnitud se hacen imprecisos. En particular, se vuelve imprecisa también la dirección en que es emitida la energía radiante, de tal manera que se produce prácticamente en todas direcciones formando una onda esférica de radiación, en vez de un haz. De lo anterior se infiere que la cantidad de movimiento y la posición de los fotones de la

radiación no pueden ser medidas simultáneamente con exactitud. Y esta misma característica se tiene también en el caso de las otras partículas elementales, tal como ha quedado expresado por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg. Como es sabido, de acuerdo con dichas relaciones, mientras más precisamente se determina la posición de una partícula elemental respecto a una de las tres dimensiones espaciales, más incierta resulta ser la medición de la componente de la cantidad de movimiento en esa misma dimensión. Sin embargo, es necesario advertir que es posible determinar la posición espacial de la partícula en una dimensión —con el grado de exactitud que se quiera—, sin que eso afecte la determinación de la propia posición o de las componentes de la cantidad de movimiento en las otras dos dimensiones. Análogamente, la determinación precisa de la componente de la cantidad de movimiento en una dimensión, no perturba la determinación de las componentes de la cantidad de movimiento o de las coordenadas espaciales en las otras dos dimensiones. Lo único que sucede es que existe un límite finito e insuperable en cuanto a la exactitud de la determinación simultánea de la coordenada espacial y la componente de la cantidad de movimiento en una misma dirección, cuya magnitud es de  $\frac{h}{4\pi}$ , o sea, de un medio de la unidad de cantidad de movimiento angular.<sup>39</sup>

Las relaciones de incertidumbre constituyen la expresión de una propiedad objetiva de las partículas elementales, que ha sido comprobada reiteradamente en los experimentos. Además, aun cuando algunas veces se les ha dado el nombre de “relaciones de indeterminación”, lo cierto es que no tienen nada de indeterminadas sino que, por lo contrario, expresan matemáticamente una ley determinada con toda exactitud acerca de la correlación indisoluble existente entre la cantidad de movimiento y la posición espacial de las partículas elementales; y, a su vez, esta conexión explica otras de las cualidades peculiares de las mismas partículas. En todo caso, lo que sucede es que la cantidad de movimiento y la posición forman una pareja de magnitudes conjugadas cuya determinación precisa no se puede hacer por separado. Por otra parte, la cantidad de movimiento  $p$  de una partícula elemental está determinada por la constante de Planck  $h$  y la longitud de onda  $\lambda$  de su propagación ondulatoria, conforme a la relación:  $p = \frac{h}{\lambda}$ ; cuya validez ha quedado comprobada experimentalmente para todas las partículas. Es fácil advertir que el cumplimiento de esta ecuación requiere la consideración simultánea de la cantidad de movimiento y de la longitud de onda, que es una propiedad espacial; y, lo que es más, que es imprescindible operar con valores precisos de dichas magnitudes. En consecuencia, resulta que es conceptualmente posible y experimentalmente necesario determinar conjuntamente la cantidad de movimiento y la longitud de onda de una partícula elemental. Desde luego, así

se plantea la exigencia de considerar a la cantidad de movimiento como otra forma en la cual se manifiesta su longitud de onda y, recíprocamente, que la longitud de onda es otra manera en la que se muestra su cantidad de movimiento. En este sentido, la cantidad de movimiento y la extensión tienen que ser reconocidas como dos formas distintas e inseparables, a través de las cuales se manifiestan las propiedades espaciales de las partículas elementales. Su relación lógica queda expresada mediante el siguiente juicio de inclusión: las propiedades espaciales de las partículas elementales se pueden manifestar como extensión, o como cantidad de movimiento o, bien, como extensión y cantidad de movimiento a la vez. De esta manera quedan satisfechas las relaciones de incertidumbre y las ecuaciones que enlazan directamente la cantidad de movimiento con la longitud de onda.

De acuerdo con el principio de exclusión de Pauli, tenemos que en un mismo sistema jamás puede haber dos o más partículas en el mismo estado cuántico, o sea, que posean la misma cantidad de movimiento o la misma energía. Por lo tanto, en este sentido, una partícula elemental llena por sí sola el sistema entero, puesto que su presencia "se encuentra" simultáneamente en todas las posiciones espaciales incluidas dentro del sistema. En consecuencia, las partículas elementales tienen la propiedad de ser politópicas, esto es, de ocupar una multitud de lugares al mismo tiempo. Por otra parte, como esto ocurre para todas y cada una de las partículas que forman el sistema, resulta que dichas partículas también tienen la propiedad de ser homotópicas respecto a cada lugar, ya que todas ellas lo ocupan simultáneamente. Dentro del sistema, las partículas se extienden de manera continua y se encuentran en interacción constante y, por ello, una partícula localizada corpuscularmente en un punto cualquiera del sistema impide que exista otra partícula en el mismo estado cuántico, en virtud de la continuidad de sus propiedades ondulatorias. En rigor, no existen partículas elementales aisladas o "libres", ya que incluso cuando se encuentran separadas por una distancia considerable, las partículas siguen conectadas ineludiblemente con el medio material al cual pertenecen. Este enlace indisoluble entre las partículas elementales y su medio —o sea, dicho de otra manera, la imposibilidad de aislarlas— ha quedado comprobado en todos los experimentos y, como no podía menos de suceder, se obtiene también como una consecuencia teórica dentro de los tres aparatos matemáticos diferentes que se utilizan en la mecánica cuántica. Por supuesto, dicho enlace se manifiesta justamente a través de la cantidad de movimiento y la energía de las partículas elementales.

Tomando en cuenta la expresión matemática del movimiento ondulatorio de las partículas elementales, tenemos que cada una de ellas está representada por una onda compleja definida por una descomposición espectral determinada y cuya amplitud se encuentra distribuida en cada instante de cierta manera en el espacio. La presencia corpuscular de la partícula se

puede manifestar en un punto cualquiera de la región ocupada por la onda, con una probabilidad que es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda en ese punto. Al propio tiempo, a cada una de las componentes monocromáticas que integra la descomposición espectral de la onda le corresponde un valor posible de la cantidad de movimiento de la partícula. Cuando se trata de una onda monocromática simple, el corpúsculo tiene una cantidad de movimiento bien definida; pero entonces la onda posee la misma amplitud en todos los puntos y se extiende indefinidamente en el espacio. Por consiguiente, queda incierta la posición corpuscular de la partícula, ya que puede manifestarse con la misma probabilidad en cualquier punto de la región espacial ocupada por la onda y, por lo tanto, la partícula se muestra con una *politopía homogénea*. Por otro lado, cuando la onda ocupa una región sumamente pequeña del espacio, fuera de la cual su amplitud es nula —esto es, cuando se trata de una onda puntual o vibración—, entonces la posición corpuscular se encuentra bien determinada. Pero, en tal caso, dicha onda es el resultado de la superposición de ondas monocromáticas de todas las longitudes de onda posibles y, por ello, resulta que la cantidad de movimiento de la partícula puede tener todos los valores posibles. Entonces tenemos que, cuando hay certidumbre acerca de la posición, existe la mayor incertidumbre sobre la cantidad de movimiento, y viceversa. En otras palabras, la precisión de la localización espacial de una partícula es una consecuencia de la superposición de muchas ondas, lo cual trae aparejada la *homotopía* de los respectivos aspectos corpusculares; mientras que la precisión de la cantidad de movimiento es una consecuencia de la *politopía homogénea* de la partícula, la cual se manifiesta en el caso de que se trate de una onda monocromática simple. De esta manera, la oposición entre la cantidad de movimiento y la longitud de onda, tanto en su separación relativa como en su conjugación, se pone de manifiesto en la distinción que se produce entre la *politopía* y la *homotopía* de las partículas elementales.

#### 9. *Relaciones entre la cantidad de movimiento y la energía*

Tal como lo hemos expuesto con anterioridad, el desplazamiento de la energía produce en los cuerpos una cantidad de movimiento que se agrega a la cantidad de movimiento propia de dichos cuerpos. Dicha cantidad de movimiento  $p$  se encuentra determinada por la masa en reposo  $m_0$  y la velocidad de la partícula  $v$ , la velocidad de la luz  $c$ , la longitud de onda  $\lambda$  y la constante  $h$  de Planck.<sup>40</sup> En el caso de los fotones, cuya masa en reposo se considera nula por las razones que ya hemos expresado, la cantidad de movimiento está determinada por la relación entre el cuanto de acción  $h$  y la longitud de onda  $\lambda$ . Como consecuencia, tenemos que entre la cantidad de movimiento y la energía existe una conexión tan íntima que el movi-

miento de la energía hace surgir o aumenta la cantidad de movimiento de las partículas. Por otra parte, en los choques que ocurren entre los átomos y las partículas elementales, lo mismo que en los procesos de desintegración y de transmutación de unas partículas en otras, tenemos una multitud de ejemplos ilustrativos de la conversión de la energía radiante en cantidad de movimiento y, recíprocamente, de la transformación de la cantidad de movimiento en energía radiante. En la física relativista, la cantidad de movimiento y la energía se encuentran fundidas en una unidad, de la misma manera en que lo están el espacio y el tiempo. Por lo tanto, además del vector tetradimensional  $(x, y, z, t)$  en el cual están conjugados el espacio y el tiempo, existe también otro vector tetradimensional  $(p_x, p_y, p_z, -E)$  cuyas magnitudes conjugadas son las componentes de la cantidad de movimiento y la energía con signo negativo.<sup>41</sup> En la propia mecánica relativista, la relación directa entre la energía la cantidad de movimiento está dada por la ecuación:  $E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4$ ; en donde  $c$  es la velocidad de la luz,  $p$  la cantidad de movimiento,  $m$  la masa y  $E$  la energía total del cuerpo en movimiento, incluyendo su energía en reposo. Ahora bien, cuando la masa en reposo  $m$  es tan pequeña que su producto por la velocidad de la luz,  $mc$ , resulta insignificante comparado con el valor de  $p$ , entonces se puede despreciar el término  $m^2 c^4$ , quedando la ecuación aproximada:  $E^2 \approx c^2 p^2$ ; o, lo que es lo mismo;  $E \approx cp$ . En el caso extremo de los fotones, como:  $m = 0$ , la ecuación se vuelve enteramente exacta y, por lo tanto, su energía es igual a su cantidad de movimiento multiplicada por la velocidad de la luz:  $E = cp$ . Por consiguiente, de la misma manera que la posición espacial y temporal representa el aspecto ondulatorio de la partícula, así también su energía y su cantidad de movimiento representan su aspecto corpuscular.

Cuando se determinan con precisión la energía y la cantidad de movimiento de una partícula elemental —es decir, las características de su aspecto corpuscular—, entonces el corpúsculo se hace difuso a través de una enorme región del espacio-tiempo. Análogamente, cuando se determina con precisión la posición espacio-temporal de una partícula elemental —o sea, las características de su aspecto ondulatorio—, entonces se manifiesta claramente su aspecto corpuscular. En consecuencia, tenemos que la determinación de las propiedades cinemáticas —esto es, espacio-temporales— y la determinación de las propiedades dinámicas —cantidad de movimiento y energía— parecen ser dos planos diferentes de la realidad que no es posible enfocar al mismo tiempo. Más aún, cuando la partícula se enfoca en uno de esos planos con la mayor exactitud, lo que se observa es justamente el otro aspecto con la mayor nitidez, y viceversa. Por ende, en vez de tratarse de una exclusión mutua entre los dos planos lo que se tiene es, por lo contrario, una conexión incluyente e ineludible entre ellos. Además, el enlace es tan íntimo que no está establecido únicamente entre el espacio-tiempo y la cantidad de

movimiento-energía, sino que también existe entre el tiempo y la energía, por una parte, y entre el espacio y la cantidad de movimiento, por otro lado. En rigor, la conservación de la energía de una partícula se puede interpretar indistintamente como conservación de la frecuencia de su movimiento ondulatorio; <sup>42</sup> y, también, la conservación de la cantidad de movimiento se puede considerar como conservación de la longitud de onda de la propia partícula.

#### 10. *La cantidad de movimiento y las otras propiedades dinámicas*

Por último, debemos referirnos a la síntesis resultante de las parejas de propiedades conjugadas de las partículas elementales, que son: espacio-tiempo, espacio-cantidad de movimiento, energía-cantidad de movimiento y energía-tiempo. Estas cuatro parejas forman, en realidad, una sola magnitud continua: espacio-tiempo-cantidad de movimiento-energía. Por consiguiente, la conjugación dialéctica de las partículas elementales hace que éstas se manifiesten indistintamente por la conservación de su extensión, de su cantidad de movimiento, de su energía y de su oscilación, lo mismo que por la transformación mutua entre dichas formas de existencia. Esta conjugación se encuentra representada explícitamente en las ecuaciones fundamentales de la mecánica cuántica, lo cual significa que las cuatro propiedades —espacio, tiempo, energía y cantidad de movimiento— están enlazadas, teórica y experimentalmente, de todas las maneras posibles. Recordando que  $E$  es la energía,  $p$  la cantidad de movimiento,  $c$  la velocidad de la luz,  $\nu$  la frecuencia de la propagación ondulatoria,  $\lambda$  la longitud de onda y  $h$  la constante universal del cuanto de acción, tenemos las seis relaciones que se cumplen efectivamente en las ecuaciones antes mencionadas, las cuales son:

entre la energía y la cantidad de movimiento:  $E = cp$ ;

entre la frecuencia y la longitud de onda:  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ;

entre la cantidad de movimiento y la longitud de onda:  $p = \frac{h}{\lambda}$ ;

entre la longitud de onda y la energía:  $\lambda = \frac{hc}{E}$ ;

entre la energía y la frecuencia:  $E = h\nu$ ;

y entre la frecuencia y la cantidad de movimiento:  $p = \frac{h\nu}{c}$ .

Entonces, tomando conjuntamente el espacio, el tiempo, la energía y la cantidad de movimiento, podemos formular la siguiente conexión compleja entre dichas propiedades: La existencia objetiva de las partículas elementales se puede manifestar: 1) como extensión espacial; 2) como cantidad de movimiento; 3) como energía; 4) como oscilación temporal; 5) como extensión

y cantidad de movimiento a la vez; 6) como extensión y energía simultáneamente; 7) como extensión y oscilación al propio tiempo; 8) como cantidad de movimiento y energía; 9) como cantidad de movimiento y oscilación temporal; 10) como energía y oscilación a la vez; 11) como extensión, cantidad de movimiento y energía; 12) como extensión, cantidad de movimiento y oscilación simultáneamente; 13) como extensión, energía y oscilación a la vez; 14) como oscilación, cantidad de movimiento y energía al mismo tiempo; y, 15) como extensión espacial, cantidad de movimiento, energía y oscilación temporal conjuntamente. Por supuesto, en la conjugación de estas propiedades fundamentales de las partículas elementales se cumplen estrictamente los principios de conservación de la energía, la masa, la cantidad de movimiento y la cantidad de movimiento angular; tanto por lo que se refiere a su manifestación separada como en lo que respecta a sus enlaces recíprocos. Y también se cumple rigurosamente el principio de transformación mutua entre las cuatro propiedades en cuestión. En cierto modo, la pareja conjugada espacio-cantidad de movimiento representa destacadamente la conservación de las propiedades de los procesos; mientras que la pareja energía-tiempo representa de manera conspicua la transformación de esas propiedades. Sin embargo, se trata simplemente de una representación relativa, puesto que también se conservan estrictamente la energía y el tiempo, e igualmente se transforman rigurosamente el espacio y la cantidad de movimiento. En fin, debido a la objetividad de la conjugación dialéctica entre dichas propiedades, tenemos que las partículas elementales se manifiestan indistintamente por la conservación de su extensión, su cantidad de movimiento, su energía y su oscilación, lo mismo que por la conversión recíproca entre estas cuatro formas primordiales de su existencia.

#### ELÍ DE GORTARI

<sup>1</sup> Como se sabe, la geometría métrica estudia las propiedades espaciales dentro del dominio de transformaciones ante las cuales se mantienen invariantes las longitudes. Por ello, en términos generales, la geometría métrica coincide con la geometría elemental.

<sup>2</sup> Por ejemplo, si el origen se traslada a una distancia  $a$  a lo largo del eje de las  $x$ , entonces la relación entre las nuevas coordenadas  $(x', y', z', t')$  y las primitivas  $(x, y, z, t)$  es la siguiente:  $x' = x + a$ ;  $y' = y$ ;  $z' = z$ ;  $t' = t$ .

<sup>3</sup> En tal caso, las leyes del movimiento permanecen invariantes debido a que su expresión matemática es una ecuación vectorial y, como es sabido, una ecuación de ese tipo no cambia de forma cuando se hace girar el sistema de coordenadas.

<sup>4</sup> Por ejemplo, un sistema de referencia derecho está definido por los dedos pulgar, índice y medio de nuestra mano derecha, colocados de manera que sean perpendiculares entre sí; en tanto que un sistema de referencia izquierdo queda definido por los mismos dedos de nuestra mano izquierda colocados en posición análoga. La transformación de un sistema derecho  $(x, y, z, t)$  en un sistema izquierdo  $(x', y', z', t')$  queda expresado por las siguientes relaciones entre esas coordenadas:  $x' = x$ ;  $y' = y$ ;  $z' = -z$ ;  $t' = t$ .

5 La simetría espacial se consideraba como una propiedad que tenía cumplimiento irrestricto en todos los procesos físicos, hasta que el descubrimiento hecho por Lee Tsung-dao y Yang Chen-ning —que les valió la otorgación del Premio Nobel de Física en 1957— demostró que el principio de conservación de la paridad no se cumple en el caso de las interacciones entre algunas partículas elementales.

6 Las relaciones entre las coordenadas del sistema transformado  $(x', y', z', t')$  y las del sistema inicial  $(x, y, z, t)$  serán:  $x' = x$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$ ,  $t' = t + b$ ; siendo  $b$  la diferencia entre los instantes tomados respectivamente como origen.

7 Véanse a este respecto las Secciones 5, 6 y 7 de nuestro ensayo "El tiempo en la física atómica", *Diánoia*, IV, 1958, págs. 72-80.

8 Esta invariancia de los procesos físicos ante la inversión del tiempo también ha sido puesta en entredicho por la falla en la conservación de la paridad. En todo caso, las relaciones entre las coordenadas iniciales  $(x, y, z, t)$  y las transformadas  $(x', y', z', t')$  serían:  $x' = x$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$ ,  $t' = -t$ .

9 Suponiendo que el movimiento relativo entre ambos sistemas se efectúe en la dirección del eje de las  $x$ , las relaciones entre las coordenadas del primer sistema  $(x, y, z, t)$  y las coordenadas del segundo  $(x', y', z', t')$  serían:  $x' = x - vt$ ,  $y' = y$ ,  $z' = z$ ,  $t' = t$ .

10 En su forma simple, las relaciones de transformación entre las coordenadas del sistema inicial  $(x, y, z, t)$  y las coordenadas del nuevo sistema de referencia  $(x', y', z', t')$  son las siguientes:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

11 Efectivamente, sustituyendo las coordenadas respectivas indicadas en la nota anterior, de la ecuación:  $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$ , se obtiene:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)(x^2 + y^2 + z^2) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)c^2 t^2;$$

y, finalmente:  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$ .

12 Cuando  $v$  es muy pequeña es comparación con  $c$ , tanto el cociente de  $\frac{v}{c^2}$  como el de  $\frac{v^2}{c^2}$  son muchísimo más pequeños todavía y, por consiguiente, se puede despreciar su valor sin que se afecte por ello la aproximación del cálculo. Así tenemos que:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{x - vt}{\sqrt{1 - 0}} = \frac{x - vt}{\sqrt{1}} = \frac{x - vt}{1} = x - vt;$$

y análogamente:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{t - 0}{\sqrt{1 - 0}} = \frac{t}{\sqrt{1}} = \frac{t}{1} = t$$

13 La ecuación correspondiente es:  $m = \frac{e^t}{ac^2}$ , en donde  $m$  es la masa,  $e$  la carga eléctrica,  $a$  el radio de la partícula y  $c$  la velocidad de la luz.

14 Este descubrimiento fue dado a conocer por Einstein en *Annalen der Physik*, vol. 18, 1905, pág. 639.

15 En el experimento de Bücherer fue en donde se comprobó por vez primera que la masa de un electrón se incrementa con la velocidad.

16 Se trata de la energía cinética relativista que, a bajas velocidades, se aproxima a la energía cinética clásica.

17 Por lo tanto, aun cuando no se descarte la posibilidad de que existan formas de energía todavía no conocidas, lo cierto es que podemos determinar la cantidad total de energía que posee un cuerpo, partiendo de la magnitud de su masa. Además, con esta conjugación de la energía y la masa desaparece la necesidad especulativa de considerar la situación de que la energía de algunas partículas fuese nula en ciertas condiciones.

18 La ecuación es: 
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

19 Esta atribución es meramente especulativa, puesto que los fotones siempre están en movimiento —y nada menos que a la velocidad de la luz—; por lo cual se trata sencillamente de un recurso matemático para conseguir que se cumpla la ecuación.

20 Así tenemos: 
$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
; y entonces, como  $m_0 = 0$ ,  $v = c$ , la expresión

queda:  $E = \frac{0}{0}$ ; y, por consiguiente, puede adoptar cualquier valor finito.

21 La ecuación correspondiente es:  $E = h\nu$ , en donde  $h$  es la constante universal de Planck y  $\nu$  es la frecuencia de la radiación.

22 Como se sabe, la expresión matemática de esta conexión se debe a Minkowski, quien introdujo el tensor energía-cantidad de movimiento, en el cual se encuentran conjugados la densidad de energía, el flujo de energía y la densidad de cantidad de movimiento.

23 Los fotones, como es bien sabido, son los cuantos de la radiación que se encuentran siempre en movimiento a la velocidad de la luz y cuya energía varía de acuerdo con su longitud de onda.

24 En unidades electrostáticas, dicha carga  $e$  es igual a:  $4.8024 \times 10^{-10}$ ; y únicamente puede adoptar los valores  $e+$ ,  $0$ ,  $e-$ .

25 Véase nuestro ensayo "La categoría de energía", *Diánoia*, V, 1959, sec. 11, págs. 68-70.

26 La Cantidad de movimiento angular es un vector que está determinado por la cantidad de movimiento de la partícula y el radio vector que la une con el centro de giro. Su dirección es perpendicular a esos dos vectores y su magnitud es igual a la componente de la cantidad de movimiento en dirección normal al radio vector multiplicada por la longitud de dicho vector.

27 Más todavía, el efecto acumulativo de una fuerza se puede medir tanto por el cambio que produce en la cantidad de movimiento, como por el cambio que produce en la energía cinética. Véase "La categoría de energía", pág. 57.

28 La cantidad de movimiento de una partícula elemental está dada por la ecuación:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
; en donde  $p$  es la cantidad de movimiento,  $m_0$  la masa en reposo,

$v$  la velocidad de la partícula y  $c$  la velocidad de la luz.

29 Para mayores detalles véase nuestro ensayo "Causalidad y determinismo", *Diánoia*, VII, 1960, sec. 5, págs. 31-33.

30 Como su energía es:  $E = mc^2 = h\nu$ , la ecuación respectiva es:  $p = mc = \frac{h\nu}{c}$ .

De donde se desprende que su masa en movimiento es:  $m = \frac{h\nu}{c^2}$ .

31 Introduciendo la consideración relativista de la energía y la cantidad de movimiento, dichas relaciones son las siguientes:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = h\nu; \quad p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{h\nu}{V} = \frac{h}{\lambda};$$

en donde  $E$  es la energía de la partícula,  $m_0$  su masa en reposo,  $p$  su cantidad de movimiento,  $v$  su velocidad,  $\nu$  la frecuencia de la onda,  $V$  la velocidad ondulatoria,  $\lambda$  la longitud de onda y  $h$  el cuanto de acción. Estas relaciones son covariantes ante una transformación de Lorentz y, por tanto, son posibles lógicamente.

32 La velocidad ondulatoria de la partícula está dada por la ecuación:  $V = \frac{E}{p} = \frac{c^2}{v}$ ; de tal manera que resulta ser superior a la velocidad de la luz, puesto que:  $\frac{c^2}{v} > c$ . Pero esto no se encuentra en conflicto con la teoría de la relatividad, ya que la restricción de que la velocidad de la luz sea el límite de la velocidad se refiere únicamente a las transferencias de energía.

33 Para el fotón, como:  $v = c$ , queda entonces:  $V = \frac{c^2}{c} = c$ . Para las partículas que se mueven con una velocidad menor, la longitud de onda es:  $\lambda = \frac{h}{mv}$ .

34 Dicha consecuencia se obtiene directamente tanto en las ecuaciones de la mecánica ondulatoria, como en las de la mecánica de las matrices y en las de la teoría cuántica relativista.

35 La ecuación es:  $a_n = n^2 \frac{h^2}{2\pi^2 e^2 m Z}$ , en donde  $a_n$  es el radio correspondiente a la órbita cuyo número cuántico principal es  $n$ , siendo  $h$  la constante de Planck,  $e$  la carga eléctrica,  $m$  la masa y  $Z$  el número atómico respectivo.

36 Ya que es paralelo o antiparalelo al campo magnético.

37 Esto es:  $\mu_0 = \frac{eh}{4\pi mc}$ . Como es fácil inferir, la relación entre el momento magnético y la cantidad de movimiento angular es el doble del radio correspondiente a la órbita.

38 Es decir, que habrá una sola órbita ocupada en los átomos de hidrógeno, dos órbitas en los átomos de helio, tres en los átomos de litio y así, sucesivamente, hasta llegar a 103 órbitas en el laurencio.

39 Las relaciones de incertidumbre en cada dirección espacial son, respectivamente:  $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$ ,  $\Delta y \Delta p_y \geq \frac{h}{4\pi}$ ,  $\Delta z \Delta p_z \geq \frac{h}{4\pi}$ ; en donde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , son las incertidumbres de las coordenadas espaciales  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ; mientras que  $\Delta p_x$ ,  $\Delta p_y$ ,  $\Delta p_z$ , son las incertidumbres de las respectivas componentes de la cantidad de movimiento en las mismas direcciones.

40 La ecuación correspondiente es:  $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{h}{\lambda}$ .

41 En donde:  $E = mc^2$ ,  $p_x = mv_x$ ,  $p_y = mv_y$ ,  $p_z = mv_z$ . La dimensión de este vector es:  $\sqrt{E^2 - c^2(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} = \sqrt{m^2 c^4 - m^2 c^2 v^2} = m_0 c^2$ .

42 Véase "La categoría de energía", sec. 8, págs. 63-64.