

un instrumento de universal aplicación a todo saber científico. Pero Izquierdo afirma que la combinatoria de Lull carece de reglas universales de aplicación a todas las especies de combinación, "El cálculo combinatorio es para Izquierdo ... un instrumento de la ciencia en general, no un tema específicamente matemático". Aquí debe recordarse otra obra de Izquierdo: su *Disputatio de Combinatione*. En ésta Izquierdo se atribuye la invención de la solución al problema consistente en hallar el número de todas las combinaciones de diverso exponente de un número dado de términos, recurriendo a las propiedades del triángulo aritmético. Ya Herigone, en su *Cursus Mathematicus* (t. II, París, 1634), da una regla para solucionar el problema, pero sin utilizar dicho triángulo. Y aunque el *Tratado sobre el triángulo aritmético de Pascal*, y *De arte combinatoria* de Leibniz ofrecen la misma solución, son publicados respectivamente en 1663 y 1666, después del *Pharus*. En el siglo XVIII Feijoo utiliza a Izquierdo para atacar a Lull, iniciando una polémica con los capuchinos Marcos Tronchón, Rafael de Torreblanca y Luis de Flandes, polémica que culmina en la respuesta del cisterciense Antonio Raimundo Pascual a través de su *Examen de la crisis de ... Feijoo ... sobre el arte lulliano* (2 vols., Madrid, 1749) y, sobre todo, de sus *Vindiciae lullianae* (4 t., Avignon, 1778), de las cuales dice Artau que "constituyen el mejor monumento erigido por el lulismo del siglo XVIII a la memoria del Doctor Iluminado".

De esta manera concluye el artículo de Ceñal, que no es simplemente una reseña de la obra de Risse, pues en muchos casos añade datos omitidos por éste. Lo que para algunos podría ser un defecto, constituye el mérito de estudios que, como los de Risse y Ceñal, se pro-

ponen dar noticia de "autores o escuelas de mediocre valor" (p. 280).

ALEJANDRO HERRERA IBÁÑEZ

*Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos*, por Gottlob Frege. Traducción de Hugo Padilla, Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Investigaciones Filosóficas, México, 1972.

Esta edición de libros y artículos de Frege contiene la traducción al español de los siguientes materiales: *Conceptografía* (publicada originalmente en el año 1879), *Los fundamentos de la aritmética* (1884), *Sobre la justificación científica de una conceptografía* (1882), *Función y concepto* (1891), *Sobre concepto y objeto* (1892), *¿Qué es una función?* (1904). La característica sobresaliente de esta edición consiste en que pone a disposición del público, por primera vez en castellano, una versión completa de la *Conceptografía*, *Los fundamentos de la aritmética* y el pequeño ensayo *Sobre la justificación científica de una conceptografía*. No obstante que se incluye todo el contenido formal de la *Conceptografía*, pensamos que esta selección está básicamente dirigida a lectores interesados en filosofía, más bien que a estudiantes e investigadores en matemáticas. En esta medida, se destaca la ausencia del artículo *Sobre el sentido y la denotación*. Este ensayo es la obra de Frege que mayor influencia ha tenido en las discusiones actuales, y junto con los artículos de 1891 y 1892 forma una unidad en la cual se encuentra casi toda la teoría semántica de este autor.

El contenido de esta recopilación, con

una sola excepción, fue elaborado con anterioridad al primer volumen de *Las leyes básicas de la aritmética* (1893). En este libro, Frege alcanzó la madurez en la exposición de un sistema en el cual pueden derivarse la aritmética y el análisis, a partir de nociones lógicas. En 1903 se publicó el segundo tomo, pero un año antes, ya había tomado conocimiento de la dificultad que representaba para el sistema la paradoja desarrollada por Bertrand Russell. De ese año hasta 1925, Frege canalizó todo su trabajo en dos direcciones: encontrar una solución a los problemas específicos de los fundamentos de la matemática, y elaborar un libro sobre las nociones que constituyen la filosofía de la lógica.

Pasemos a hablar de las ventajas particulares de esta compilación. Entre varias, destacamos las siguientes:

i) Al poner a disposición el prólogo de la *Conceptografía* (pp. 7-11) y el artículo *Sobre la justificación* (pp. 209-214), hace posible llevar a cabo un intento para esclarecer los problemas que circundan la naturaleza del sistema formal que se presenta a lo largo de la *Conceptografía*. El propósito inicial del sistema es el diseñar un lenguaje que satisfaga las necesidades de rigor y precisión, que se presentan en la investigación y la exposición científicas. los lenguajes comunes resultan inexactos y ambiguos cuando se les intenta usar en estos contextos. La formalización permite abstraer un contenido pertinente y omite la presencia de elementos lingüísticos innecesarios. De esta manera, los lenguajes formales dan condiciones para ampliar los límites del conocimiento humano. En particular, el sistema de la *Conceptografía* tiene el propósito de expresar únicamente aquello que Frege denomina contenido conceptual. Esto es, relaciones que son independientes de las propiedades

de las cosas y, en ese sentido, se dice que la lógica es un lenguaje para el pensamiento puro. Con el objeto de precisar la naturaleza de este lenguaje se debe tomar en cuenta el segundo principio fundamental de *Los fundamentos*: "no se debe preguntar por el significado de una palabra aislada, sino en el contexto de una proposición" (cf. p. 113); así como el contenido del parágrafo 60 (páginas 168-169). La relación entre este principio y el sistema de la *Conceptografía* se indica en un fragmento del escrito *Notas para Ludwig Darmstaedter*, de julio de 1919 y publicado por primera vez en alemán en 1969 (este fragmento también aparece en una nota hecha por el profesor Jean van Heijenoort, en el libro *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, 1967, p. 1). Frege afirma en este parágrafo: "No principio a partir de los conceptos, a fin de construir pensamientos o proposiciones hechas con ellos; más bien obtengo los componentes de un pensamiento por descomposición del pensamiento. En este aspecto, mi *Conceptografía* difiere de creaciones similares hechas por Leibniz y sus sucesores." Por último, ¿qué relación existe entre las oraciones de este lenguaje formal y otro en el cual se contengan oraciones con contenido empírico? Frege esboza una línea de solución a este problema en el parágrafo 87 de *Los fundamentos* (pp. 191-192).

ii) Al incorporar en la edición el texto completo de *Los fundamentos*, se permite al lector seguir con todo detalle las dos grandes líneas del libro. En una de ellas, se desarrollan problemas relacionados con la fundamentación de las matemáticas; concretamente se intenta llevar a cabo la definición de los objetos y principios de una teoría matemática, por ejemplo, la aritmética, a través del uso exclusivo de nociones lógicas. En la

otra línea se presentan una serie de nociones semánticas mediante las cuales resulta posible plantear los problemas anteriores. En ambos aspectos está presente un gran contenido de filosofía.

Las definiciones y las pruebas que desarrollan el programa del libro se hacen asumiendo tres principios fundamentales (cf. p. 113). En el inciso (i) se expuso ya el segundo de estos supuestos. Como es conocido, los dos restantes son: "hay que separar tajantemente lo psicológico de lo lógico, lo subjetivo de lo objetivo" (primer principio) y "hay que mantener siempre a la vista la diferencia entre concepto y objeto" (tercer principio). Estos supuestos no son afirmaciones que pertenezcan al sistema de la *Conceptografía*, ni a algún otro lenguaje formal. Más bien son principios que parecen ser generalizables a todo lenguaje, sea éste formal o cotidiano. Si estos enunciados son previos a cualquier sistema de lógica, entonces pertenecen a un área que puede ser caracterizada como filosofía de la lógica. Si sucede que también son aplicables a otros lenguajes, su naturaleza sería la de una semántica mucho más amplia. Deliberadamente consideraremos que esta delimitación permanece abierta a la problematización.

En relación al primer principio, pensamos que el lector encontrará particularmente sugerente el seguir sus consecuencias, tal como se presentan en los párrafos 47 (cf. p. 160) y 87 (cf. p. 192). Por lo que toca al segundo supuesto, aunque se hace un uso explícito de éste a lo largo de *Los fundamentos* (cf. especialmente los párrafos 60 y 62), no se expone en esta forma en los materiales posteriores a 1884. Sin embargo, la cita correspondiente al año de 1919, que presentamos en el inciso anterior, es una muestra de que Frege nun-

ca llegó a renunciar a él. El tercer supuesto permite obtener aquello que nuestro autor consideró, más adelante (en 1893), como el resultado más importante de *Los Fundamentos*: las proposiciones que hablan de números expresan una afirmación sobre un concepto (cf. par. 46, p. 159). Este supuesto se complementa al incorporarse los conceptos de orden superior, distinguibles de aquellos conceptos que se diferencian de los objetos (cf. par. 53, p. 164). El tratamiento de las nociones de objeto y concepto, así como de sus expresiones lingüísticas se encuentra en los párrafos 45, 48, 49, 51, 53, 57, 60 y 61.

iii) En 1891, Frege agregó un supuesto básico a los tres anteriores: la distinción entre el sentido y la denotación con relación a expresiones lingüísticas. Esta distinción está presente ya en *Función y concepto* y *Sobre concepto y objeto*. Más aún, en este último ensayo se discute un problema importante para la teoría: expresiones del tipo "el concepto 'caballo', no es un concepto", parecen indicar que el sistema edificado a partir de los cuatro principios básicos, está incapacitado para hablar de aquello que denotan los conceptos. Esta dificultad se puede considerar abierta a discusión y en los últimos años ha motivado varios análisis sobre la relación de denotación (cf. "Two types of denotation", por Montgomery Furth, en *Studies in Logical Theory*, ed. por Nicholas Rescher, 1968 y "Frege's problems with 'the concept horse'", por Edwin Martin Jr., en *Crítica*, vol. V, nº 15). Por otra parte, en estos artículos de 1891 y 1892 se encuentra la noción de función que constituye la generalización de la noción de concepto, precisándose también la noción correspondiente a objeto.

iv) Recientemente, el profesor Hans Sluga (*The Journal of Philosophy*, 1971,

vol. 68, pp. 265-272) ha bosquejado cómo la paradoja de Russell no sólo afecta al sistema formal que aparece expuesto en *Las leyes básicas de la aritmética*, sino también y principalmente a los principios de la teoría semántica. Concretamente esta paradoja hace incompatibles al segundo supuesto básico con el tercer principio. Este resultado es fructífero en la medida en que, como lo indica el propio profesor Sluga, orienta hacia un examen de toda la teoría del significado de Frege. Por otra parte, mencionamos esta observación porque ayuda a destacar las dos líneas de problemas que se entrecruzan en *Los fundamentos* y que ocuparon los últimos años de la vida de este filósofo.

v) Por último, consideramos oportuna esta publicación por un hecho que, aunque es sumamente conocido, no podemos dejar de mencionar: Frege influyó directamente, a través de correspondencia, entrevistas personales y cursos, en B. Russell, L. Wittgenstein y R. Carnap. Sin embargo, su teoría semántica y las implicaciones filosóficas correspondientes fueron muy poco conocidas durante los veinticinco años que siguieron a su muerte. Con la excepción notable de Alonzo Church y Rudolf Carnap, la obra de Frege no se expuso, ni se discutió. Sólo a principios de la década de los años cincuenta, P. Geach y M. Dummett iniciaron esta tarea. A partir de los años sesenta, tanto la filosofía de la lógica

como la semántica, se diversificaron temáticamente y han logrado un alto grado de refinamiento técnico. Este hecho ha propiciado que en la actualidad se haya vuelto al estudio de los materiales que hemos venido comentando.

Sobre la traducción se debe advertir al lector lo siguiente: como ya se indicó más arriba, a partir de 1891, Frege incorporó la distinción entre el sentido y la denotación. Esta distinción analiza en dos aspectos aquello que en forma general se había considerado como el significado de una expresión. En la versión al español de esta edición, en los artículos *Función y concepto* y *Sobre concepto y objeto*, el traductor ha adoptado el criterio de traducir la palabra "Sinn" del alemán por la palabra "sentido" del español y la palabra "Bedeutung" por "significado". En este aspecto, la presente recopilación se desvía de otras versiones que adoptan las palabras "sentido" y "denotación", respectivamente.

Erratas: 1) En el par. 7, p. 121, cuatro líneas antes de terminar la página, falta la figura de un triángulo invertido, formada a base de tres puntos; 2) esta figura falta también en la p. 122, línea 9, así como un punto y aparte inmediatamente después de la figura; 3) en la segunda línea del párrafo 69, p. 175, debe decir "extensión" por "extenson".

JOSÉ MANUEL FAVILA