Diánoia, vol. 35, no. 35, 1989

TRACTATUS: CRÍTICAS AL LOGICISMO

JUAN A. NUÑO

UNIVERSIDAD CENTRAL
CARACAS

> Meine Aufgabe ist es nicht, Russells Logik von *innen* anzugreifen sondern von aussen.
>
> D.h. nicht, sie mathematisch anzugreifen —sonst triebe ich Mathematik— sondern ihre Stellung, ihr Amt.
>
> *Bemerkungen über die Grundlegung der Mathematik*, V. 16.

> In keiner religiösen Konfession ist soviel durch den Missbrauch metaphysischer Ausdrücke gesündigt worden wie in der Mathematik.
>
> *Vermischte Bemerkungen*, 1929.

0. *Introducción*

0.1 En torno a los puntos de vista de Wittgenstein sobre la matemática se ha levantado toda una leyenda, justificada en parte por el desconcierto que reina entre sus intérpretes.

Descansa la leyenda en una doble apreciación del pensamiento de Wittgenstein:

a) que fue influido por aquella conferencia que le oyera a Brouwer, en 1928, de la que ha informado Waismann (1967) por lo que, a consecuencia del influjo de las tesis intuicionistas, salió Wittgenstein de su aislamiento filosófico voluntario;

b) que, con anterioridad, en el interregno entre la publicación del *Tractatus* en alemán (1921), en inglés (1922), y su regreso (1929) a Cambridge, había sido maestro de niños y, a consecuencia de eso, según algunos (Fann, 1969) modificó su visión de la matemática por la práctica pedagógica elemental.

Al principio, Russell contribuyó, si no a la formación de la leyenda, al menos a la incomprensión que la mayoría de los intérpretes de Wittgenstein ha padecido acerca de sus opiniones sobre la matemática.

En efecto, no deja de sorprender que, en el prólogo de Russell al *Tractatus*, apenas una vez y sin mayor insistencia ni profundidad haga mención a la parte matemática de la obra. Es cuando Russell se limitó a decir que: *"Mr. Wittgenstein's theory stands in need of greater technical development"*, refiriéndose con ello a la definición de número (6.02). Pero o Russell no se dio cuenta o no quiso darse por enterado de las críticas de Wittgenstein al logicismo de *Principia*, en particular al axioma de infinitud (5.535) y al de reductibilidad (6.1232, 6.1233).

Más tarde, en carta a Moore, del 5 de mayo de 1930, observó Russell: *"His theories are certainly important and certainly very original. Whether they are true, I don't know; I devoutly hope they are not, as they make mathematics and logic almost incredibly difficult"*. Si Russell calificó así una matemática reducida al operacionalismo calculístico, no es de extrañar que los demás intérpretes de Wittgenstein anden desconcertados en este punto.

0.2 Diera la impresión de que no logran ponerse de acuerdo ni siquiera en cómo etiquetarlo. Así, por ejemplo, Pole (1958) niega rotundamente que se le pueda considerar defensor del behaviorismo. Pero, en cambio, Bernays (en Benacerraf-Putman, 1964) sostiene que Wittgenstein es un behaviorista. De forma similar se ha oscilado en torno al supuesto "convencionalismo" de Wittgenstein. Dummett (1978) llega a distinguir diversos grados de convencionalismo hasta el punto de admitir un *"modified conventionalism"*; sin embargo, pese a tales sutilezas, no vacila en sostener que: *"Wittgenstein goes in for a full-blooded convencionalism"*.

"Pragmatismo", "convencionalismo", "behaviorismo", "antropologismo" son algunas de las etiquetas que se han endilgado a Wittgenstein.

El defecto de aquella doble apreciación, sobre la que se levanta la leyenda de un Wittgenstein converso a la filosofía por obra y gracia de la matemática, es partir de una tesis, según la cual Wittgenstein desarrolló, si no una filosofía, al menos una teoría matemática, a la vez constructivista y pragmática.

Es cierto que calificar las ideas de Wittgenstein sobre la matemática no es tarea fácil, en buena parte, porque se encuentran dispersas en escritos ni sistemáticos ni probablemente destinados, en principio, a la publicación tal y como, en definitiva, nos han llegado por el cuidado de los albaceas de Wittgenstein. Esas ideas se encuentran mayormente en *BGM*[1] y, secundariamente, en *PB* y *PG*. Uno de los errores interpretativos más comunes consiste en desconectar el *Tractatus* de la obra póstuma, cediendo aquí a otra leyenda de piel aun más dura: la de los dos Wittgenstein.

Tal hermenéutica, errada en lo que respecta a la crítica del lenguaje, lo es aun más en lo relativo a la concepción de la matemática. Que Wittgenstein recibiera influencias de Brouwer es secundario, pues en todo caso lo que cuenta son sus críticas al intuicionismo, puestas de relieve por Bouveresse (1988). Este es el aspecto relevante: las críticas sostenidas de Wittgenstein tanto al

[1] *Cf.* Referencias *infra*.

intuicionismo y al formalismo (en buena parte, *BGM*) como al logicismo (*TLP*). La razón es conocida: consideraba Wittgenstein que cualquier intento por "fundamentar" la matemática era doblemente vano: porque ésta no precisa de tal "fundamentación" y porque, al intentarlo, sólo se crean ficciones filosóficas o falsos problemas:

> *Wozu braucht die Mathematik eine Grundlegung?! Sie braucht sie, glaube ich, ebenso wenig, wie die Sätze, die von physikalischen Gegenständen —oder die, welche von Sinneseindrücken handeln, eine* Analyse. *Wohl aber bedürfen die mathematischen, sowie jene andern Sätze, eine Klarlegung ihrer Grammatik. Die* mathematischen *Probleme der sogennanten Grundlagen liegen für uns die Mathematik so wenig zu Grunde, wie der gemalte Fels die gemalte Burg trägt.* (*BGM*, V. 13)

En gran medida, las reflexiones de Wittgenstein sobre la matemática están destinadas a probar los errores de apreciación fundacionalista de las tres grandes corrientes de la filosofía matemática del siglo. Comenzando por el logicismo. Y lo más notable es que semejante postura crítica se concentra en el *Tractatus*, hecho que no ha sido suficientemente destacado por los comentaristas. Apenas contemporáneamente (Shanker, 1987; Bouveresse, 1988) se ha tocado el punto.

1. *Desarrollo*

1.1 La carga crítica, abierta y directa, del *Tractatus*, en lo que respecta a las relaciones lógica-matemática, se encuentra en los puntos relativos a teoría de clases (6.031) y en los dos axiomas utilizados por Russell en *Principia Mathematica* para sostener *ad hoc* el entramado logicista, a saber, el axioma de infinitud y el axioma de reductibilidad. De esa forma, Wittgenstein ataca dos puntos fundamentales del edificio logicista: el extensionalismo, que permite introducir la noción de clase y, a través de ésta, desarrollar las definiciones númericas básicas, y la inconsistencia doctrinal del logicismo, pues tanto el axioma de infinitud como el de reductibilidad, en la práctica, desvirtúan la empresa fundacional logicista. El axioma de infinitud porque, como el mismo Russell se vio obligado a admitir, venía a ser una postulación empírica acerca del número de entidades existentes en el universo al que se aplique la teoría de conjuntos, mientras que el axioma de reductibilidad no deja de ser un recurso extralógico para poder enfrentar las dificultades predicacionales generadas por la teoría ramificada de tipos y, en tanto tal recurso extralógico, perfectamente accidental e innecesario, como en efecto luego probó Ramsey (1931) al eliminar la teoría ramificada de tipos.

Pero así como en *TLP* hay una crítica directa, expresada en ciertas referencias tanto a Frege-Russell como a tesis del logicismo (clases, principio de identidad), existe también una indirecta, subyacente, no explicitada, pero que es la que, en definitiva, atenta contra la empresa logicista: se trata de la tesis que sostiene Wittgenstein contra el principio según el cual lógica y matemáticas forman un continuo, en el que las diferencias, para emplear la conocida imagen de Russell, lo son sólo de desarrollo:

> *Mathematics and logic (...) have been entirely distinct studies (...) But both have developed in modern times (...) The consequence is that it has now become wholly impossible to draw a line between the two; in fact, the two are one. They differ as boy and man: logic is the youth of mathematics and mathematics is the manhood of logic.* (Bertrand Russell, 1919)

De esa manera, tanto las propiedades como las condiciones operativas de lógica y matemática coinciden y es ello lo que permite tomar a la primera, por su mayor generalidad, como el soporte doctrinal de la segunda:

> *The distinction of mathematics from logic is very arbitrary (...) it may be made as follows. Logic consists of the premisses of mathematics, together with all other propositions which are concerned exclusively with logical constants and variables (...) Mathematics consists of all the consequences of the above premisses which assert formal implications containing variables, together with such of the premisses themselves as have these marks (...) Symbolic logic is essential concerned with inference in general and is distinguished from various special branches of mathematics mainly by its generality.* (Russell, 1903)

En consecuencia, para Russell el espacio de la lógica coincide con el de la matemática.

Toda la actividad crítica de *TLP* estará orientada a desmontar semejante unidad entre lógica y matemática. Probándolo así, actuaba Wittgenstein contra el corazón de la tesis logicista. Si el espacio de la lógica es distinto al de la matemática, si cada una posee un dominio propio de referencia, por más que entre ambas existan ciertas semejanzas y relaciones, no tiene sentido alguno tratar de conocerlas a través del recurso funcional que hace de la lógica el soporte de la matemática.

1.2 Las proposiciones de *TLP* en las que se desarrolla este tipo de crítica larvada contra el logicismo son: 4.126, 4.1272 y 4.1273.

1.21 Proposición 4.126:

> *In dem Sinne, in welchem wir von formalen Eigenschaften sprechen, können wir nun auch von formalen Begriffen reden.*
>
> *(Ich führe diesen Ausdruck ein, um den Grund der Verwechslung der formalen Begriffen mit den eigentlichen Begriffen, welche die ganze Logik durchzieht, klar zu machen.)*
>
> *Dass etwas unter einen formalen Begriff als dessen Gegenstand fällt, kann nicht durch einen Satz ausgedrückt werden. Sondern es zeigt sich an dem Zeichen die-*

ses Gegenstandes selbst. (Der Name zeigt, dass er einen Gegenstand bezeichnet, das Zahlenzeichen, dass es eine Zahl bezeichnet, etc.)

Die formalen Begriffe können ja nicht, wie die eigentlichen Begriffe, durch eine Funktion dargestellt werden.

Denn ihre Merkmale, die formalen Eigenschaften, werden nicht durch Funktionen ausdrückt.

Der Ausdruck der formalen Eigenschaft ist ein Zug gewisser Symbole.

Das Zeichen der Merkmale eines formalen Begriffe ist also ein charakterischer Zug aller Symbole, deren Bedeutungen unter den Begriff fallen.

Der Ausdruck des formalen Begriffes, also, eine Satzvariable, in welcher nur dieser charakteristischer Zug konstant ist.[2]

1.211 Comentario a 4.126:

Al introducir Wittgenstein la noción de "concepto formal", que va a ser manejada sucesivamente (4.127, 4.1271, 4.1272, 4.1273, 4.1274), establece un nuevo dualismo: entre conceptos *auténticos* (*eigentliche*) y conceptos *aparentes, fingidos* (*scheine*), que ciertos traductores prefieren verter por "pseudos", siendo en realidad los que corresponden a términos genéricos tales como 'objeto', 'complejo', 'hecho', 'función' y 'número'. Con el tiempo, esa distinción será la misma que maneje Carnap (1937) entre "modo material" y "modo formal" del habla: con una diferencia notable: jamás Wittgenstein hubiera aceptado la separación entre lenguaje y metalenguaje, sin la cual la distinción de Carnap pierde su fuerza.

Wittgenstein introduce la noción de concepto formal a fin de establecer una doble restricción: ni tales conceptos pueden expresarse en proposiciones (y, si lo hacen, sólo forman *Scheinsätze*, sentencias fingidas) ni pueden simbólicamente representarse por medio de funciones, correspondiéndoles únicamente como notación el signo propio de toda variable ('*x*', '*y*', '*z*').

Va preñada de consecuencias la distinción introducida por Wittgenstein: si, en efecto, "número" es tan sólo un 'concepto formal', un 'concepto fin-

[2] En el sentido en que hablamos de propiedades formales, también podemos referirnos a conceptos formales.

(Introduzco esta expresión con el fin de aclarar el origen de la confusión que, entre conceptos formales y propios, reina en la lógica antigua.)

Que algo le corresponda en tanto objeto a un concepto formal no puede expresarse por medio de una proposición, sino que se muestra con el signo de ese mismo objeto. (El nombre muestra que designa a un objeto; el signo numérico, que designa a un número, etc.)

Por supuesto, que los conceptos formales no pueden representarse por medio de una función, como los conceptos propios.

Ya que sus notas distintivas, las propiedades formales, no se expresan mediante funciones.

La expresión de la propiedad formal es un rasgo de ciertos símbolos.

El signo de las notas distintivas de un concepto formal es, por lo tanto, un rasgo característico de todo símbolo cuyo significado corresponde al concepto.

La expresión del concepto formal, por consiguiente, es una variable proposicional, en la cual sólo es constante ese rasgo característico. (Traducción: J. N.)

gido', desaparece la motivación central de la empresa logicista en particular y fundacionista, en general: "número" es indefinible conceptualmente por no pertenecer propiamente al rango de los conceptos auténticos. Todo lo más que se podrá hacer con ese 'concepto fingido' es caracterizarlo operacionalmente, como en efecto hace Wittgenstein en 6.021[3] y explica en 6.022.[4] No es casual que, tras caracterizar someramente al número (desde 6.02 a 6.03) sobrevenga la nítida sentencia: *Die Theorie der Klassen ist in der Mathematik ganz überflüssig* (6.031).[5] Por el contrario, para entender la distancia que, en este punto, separa a Wittgenstein de los fundacionistas, bastará con leer un par de textos de Frege y Russell.

Así, Frege (1884):

> *Versuchen wir wenigstens der Anzahl ihre Stelle unter unsern Begriffen anzuweisen!*

O Russell (1919):

> *The number of class is the class of all those classes that are similar to it (...) A number is anything which is the number of some class.*

Con la aceptación de "número" como concepto auténtico y de su definición a través del concepto auxiliar de "clase" (para Wittgenstein no menos "fingido" que el de número), la empresa logicista pudo desarrollarse y proporcionar el anhelado fundamento a la matemática, a partir de nociones lógicas.

Para Wittgenstein, por el contrario, los conceptos formales o fingidos, esto es, impropios, sólo admiten una forma de representación y trato notacional: la de variables (x,y,z).[6]

Ello significa que "número" no podrá ser tomado como concepto sustantivo a partir del cual intentar cualquier definición, ya que para Wittgenestein proposiciones tales como "número es una clase" o similares son proposiciones fingidas, perfectamente incorrectas (*unsinnige*, *cf*. 1.4211 *infra*).

Todo lo anterior queda reforzado en 4.1272.

[3] *Die Zahl ist der Exponente einer Operation.*

[4] *Der Zahlbegriff ist nichts anderes als das Gemeinsame aller Zahlen, die allgemeine Form der Zahl.*
Der Zahlbegriff ist die variable Zahl.
Und der Begriff der Zahlengleichheit ist die allgemeine Form aller speziellen Zahlengleichheiten.

[5] Que amplía con una crítica al extensionalismo logicista: *Dies hängt damit zusammen, dass die Allgemeinheit, welche wir in der Mathematik brauchen, nicht die zufällige ist.* Se entiende que la "accidental" (*zufällige*) es la que introduce filosóficamente la teoría de clases. Para mayor referencia al concepto de "accidental" en *TLP*, *cf.* 2.012, 6.1232, 6.3 y 6.41.

[6] Irónicamente, es una aplicación del recurso empleado por Russell (1905) al tratar con las llamadas "descripciones definidas": así como Russell reduce el falso sujeto a su verdadero *status* lógico ('(Ex)', en notación simbólica), Wittgenstein reduce el concepto impropio (falso) de número al valor de una variable. Más tarde, Quine (1953) operará con este mismo recurso en un nivel más general: el del ser.

1.22 Proposición 4.1272:

So ist der variable Name 'x' das eigentliche Zeichen des Scheinbegriffes Gegenstand.
Wo immer das Wort 'Gegenstand' ('Ding', 'Sache', etc.) richtig gebraucht wird, wird es in der Begriffsschrift durch den variablen Namen ausgedrückt.
Zum Beispiel in dem Satz: 'Es gibt 2 Gegenstände, welche... durch '(Ex,y) ...'.
Wo immer es anders, also als eigentliches Begriffswort, gebraucht wird, entstehen unsinnige Scheinsätze. So kann man z. B. nicht sagen: 'Es gibt Gegenstände', wie man etwa sagt: 'Es gibt bücher'. Und ebenso wenig: 'Es gibt 100 Gegenstände', oder: 'Es gibt $\aleph_0$ *Gegenstände'. Und es ist unsinnig, von der Anzhal* aller Gegenstände *zu sprechen.*
Daselbe gilt von den Worten 'Komplex', 'Tatsache', 'Funktion', 'Zahl', etc.
Sie alle bezeichnen formale Begriffe und werde in der Begriffsschrift durch Variable, nicht durch Funktionen oder Klassen dargestellt. (Wie Frege und Russell glaubten.)
Ausdrücke wie: '1 ist ein Zahl', 'Es gibt nur Eine Null', und alle ähnlichen sind unsinnig.
(Es ist ebenso unsinnig zu sagen: 'Es gibt nur Eine 1', als es unsinnig wäre, zu sagen: '2 + 2 ist um 3 Uhr gleich 4'.)[7]

1.23 Proposición 4.1273:

Wollen wir den allgemeinen Satz: "b ist ein Nachfolger von a", in der Begriffsschrift ausdrücken, so brauchen wir hierzu einen Ausdruck für das allgemeine Glied der Formenreihe:

$$aRb$$
$$(Ex) : aRx.xRb$$
$$(Ex,y) : aRx.xRy.yRb$$
$$\ldots$$

Das allgemeine Glied einer Formenreihen kann man nur durch eine Variable ausdrücken, denn der Begriff: Glied dieser Formenreihe, ist ein formaler *Begriff. (Dies haben Frege und Russell übersehen; die Art und Weise, wie sie allgemeine Sätze wie den obigen ausdrücken wollen, ist daher falsch; sie enthält eine* circulus vitiosus.*)*

[7] Por consiguiente, el nombre de la variable '*x*' es el signo auténtico del concepto fingido de *objeto*.
Allí donde se emplee siempre correctamente la palabra 'objeto' ('cosa', 'asunto', etc.), se expresará en lenguaje simbólico mediante nombres de variables.
Por ejemplo, en la proposición: 'Hay 2 objetos que...', por medio de: '(*Ex*,*y*) ...'.
Allí donde se use de modo diferente, esto es, al término conceptual auténtico, surgen proposiciones fingidas incorrectas.
Por lo mismo, no se puede decir, por ejemplo: 'Hay objetos', como se diría: 'Hay libros'. Y mucho menos: 'Hay 100 objetos' o 'Hay $\aleph_0$ objetos'.
Y es incorrecto hablar del número de *todos los objetos*.
Lo mismo vale para las palabras 'complejo', 'hecho', 'función', 'número', etc.
Todas ellas designan conceptos formales y se representan en el lenguaje simbólico por variables, no por funciones o clases (como creyeron Frege y Russell.)
Expresiones como: '1 es un número', 'sólo hay un cero' y todas las semejantes, son incorrectas.
(Es igualmente incorrecto decir: 'Sólo hay un 1', así como sería incorrecto decir: '2 + 2 son 4 a las tres'.) (Traducción: J. N.)

Wir können das allgemeine Glied der Formenreihe bestimmen, indem wir ihr erstes Glied angeben und die allgemeine Form der Operation, welche das folgende Glied aus dem vorhergehenden Satz erzeugt.[8]

1.231 Comentarios a 4.1273:

Trátase aquí de la aplicación de la tesis de Wittgenstein sobre conceptos formales al corazón mismo de la deducción logicista de *Principia* (y, por supuesto, de *Grundgesetze*): el concepto de "sucesor", *sine qua non* la tarea de construcción logicista de toda la teoría numérica, es un concepto formal, en tanto que término de una serie de formas elementales.

Por consiguiente, pretender derivar "proposiciones generales" (entiéndase: la definición misma de número) a partir de conceptos formales adolece del vicio de circularidad: un concepto formal obtenido desde otro concepto formal. Toda la empresa es más que "incorrecta",[9] falsa: *falsch*.

En el último párrafo, Wittgenstein expone su operacionalismo, en lo que al principio de inducción matemática atañe. Pero que opera como tal generador de términos de una serie no quiere decir que sirva también para levantar la correspondiente definición lógica de número.

1.3 Separación del espacio lógico y del espacio matemático:

1.31 Proposiciones 6.1 y 6.11:

6.1: Die Sätze der Logik sind Tautologien.

6.11: Die Sätze der Logik sagen also nichts. (Sie sind die analytischen Sätze.)[10]

1.32 Proposiciones 6.2, 6.22, 6.2341 y 6.24:

6.2: Die Mathematik ist eine logische Methode. Die Sätze der Mathematik sind Gleichungen, also Scheinsätze.

[8] Si queremos expresar en lenguaje simbólico la proposición general: "*b* es sucesor de *a*" para ello precisamos de una expresión para el término general de la serie formal:

$$aRb$$
$$(Ex) : aRx\,xRb$$
$$(Ex, y) : aRx.xRy.yRb$$
$$\ldots$$

El término general de una serie formal sólo puede expresarse mediante una variable, ya que el concepto: término de esta serie formal es un concepto *formal*. (Esto es lo que no vieron ni Frege ni Russell; de ahí que la forma en que quieren expresar proposiciones generales como la anterior sea falsa: encierra un círculo vicioso.)

Podemos determinar el término general de la serie formal siempre que proporcionemos su primer término y la forma general de la operación, la cual produce el término siguiente a partir de la proposición precedente. (Traducción: J. N.)

[9] Como incorrecta y prudentemente traducen Pears y McGuinnes en *TLP*, 1961.

[10] 6.1: Las proposiciones de la lógica son tautologías.

6.11: Las proposiciones de la lógica, por tanto, nada dicen (son las proposiciones analíticas.) (Traducción: J. N.)

6.22: Die Logik der Welt, die die Sätze der Logik in den Tautologien zeigen, zeigt die Mathematik in den Gleichungen.

6.2341: Das Wesentliche der mathematischen Methode ist es, mit Gleichungen zu arbeiten. Auf dieser Methode beruht es nämlich, das jeder Satz der Mathematik sich von selbst verstehen muss.

6.24: Die Methode der Mathematik, zu ihren Gleichungen zu kommen, ist die Substitionsmethode.

Denn die Gleichungen drücken die Ersetzbarkeit zweier Ausdrücke aus und wir schreiten von einer Anzahl von Gleichungen vor, indem wir, den Gleichungen entsprechend, Ausdrücke durch andere ersetzen.[11]

1.33 Comentarios al 1.31 y 1.32:

La estofa proposicional no es la misma para lógica y para matemáticas: las proposiciones de la lógica podrán ser *vacías* (*sinlos*) y, en consecuencia, no decir nada, pero son proposiciones *propias* (*sinnig*), levantadas no sobre conceptos formales, fingidos, mientras que las proposiciones de la matemática son, ante todo, proposiciones *impropias, fingidas* (*Scheinsätze*); de ahí, que aquellas, las de la lógica, representan tautologías, y éstas, las de la matemática, ecuaciones, las cuales ni siquiera deberían poder expresarse en una notación o lenguaje simbólico correcto (*richtig Begriffsschrift*: 5.534).[12]

Que la matemática sea un "método lógico" es tan sólo una consecuencia del único punto de confluencia que lógica y matemática poseen: mostrar ambas la lógica del mundo, entendiendo aquí 'lógica' por *estructura*.

Pero los métodos específicos, operativos, de ambas disciplinas varían decididamente, ya que el de la lógica es un método inferencial (6.1224), mientras que el de la matemática es un método de sustitución. Sólo que al sustituir una proposición por otra, en la ecuación, se continúa en el dominio de las proposiciones *fingidas*.

1.4 Consecuencias de la separación de lógica y matemática:

[11] 6.2: La matemática es un método lógico. Las proposiciones de la matemática son ecuaciones, por lo tanto, proposiciones fingidas.

6.22: La lógica del mundo, que las proposiciones de la lógica muestran en las tautologías, la muestra la matemática en las ecuaciones.

6.2341: Lo esencial del método matemático es trabajar con ecuaciones. Por eso, de este método depende el que toda proposición de la matemática deba ser comprensible de suyo.

6.24: El método de la matemática para establecer las ecuaciones es el de la sustitución.

Pues las ecuaciones expresan la sustituibilidad de dos expresiones y avanzamos de un número de ecuaciones a nuevas ecuaciones en la medida en que remplazamos por otra expresión la ecuación correspondiente. (Traducción: J. N.)

[12] Para la crítica total de Wittgenstein al concepto de *identidad*, que preside la formación de las ecuaciones, *cf.* 5.473, 5.5301, 5.5303 y 6.2322.

1.41 Además de la consecuencia de divergencia de métodos, antes señalada, se presenta la divergencia estructural de los componentes proposicionales. De ahí, que:

1.42 Proposiciones: 4.461 (4.1272), (6.2)

1.421 Proposición 4.461:

> *Der Satz zeigt, was er sagt, die Tautologie und die Kontradiktion, dass sie nicht sagen.*
> *Die Tautologie hat keine Wahrheitsbedingungen, denn sie ist bedingungslos wahr; und die Kontradiktion ist unter keiner Bedingung wahr.*
> *Tautologie und Kontradiktion sind sinnlos. (Wie der Punkt, von dem zwei Pfeile in entgegensetzter Richtung auseinander gehen.) (Ich weiss z. B. nichts über das Wetter, wenn ich weiss, dass es regnet oder nicht regnet.)*[13]

1.4211 Comentarios al 1.421:

La diferencia proposicional esencial entre lógica y matemática viene marcada por el par de opuestos *sinnlos-unsinnig* (vacío-incorrecto).

Las proposiciones (correctas, propias: *sinnige*) de la lógica son *vacías*, en sus expresiones canónicas extremas (tautología, contradicción), mientras que las proposiciones impropias, fingidas (*Scheinsätze*) de la matemática son incorrectas (*unsinnige*), según 6.2 (que las declara *fingidas*) y según 4.1272, que declara a las *Scheinsätze* incorrectas o "contra el sentido": *unsinnige*. Y de ahí que no deberían ni siquiera figurar en un lenguaje correcto.[14]

2. *Conclusiones*

2.1 Si no de una manera abierta y programática, al menos en forma encubierta y persistente, organiza Wittgenstein en *TLP* una crítica básica contra la empresa fundacional logicista.

2.2 Esa crítica asume dos formas de manifestación diferente:

2.21 explícita, cuando critica a Frege y a Russell por determinados errores (3.325, 3.331, 3.333, 4.1272, 4.1273, 4.431, 4.442, 5.02, 5.132, 5.4, 5.42, 5.452, 5.5302, 5.535, 5.553, 6.23, 6.232 y 6.271);

2.22 implícita, al separar, como se ha indicado *supra* (*cf.* 1.4), los dominios de la lógica y de la matemática.

[13] La proposición muestra lo que dice; la tautología y la contradicción, que nada dicen.
No posee la tautología ninguna condición veritativa, pues es incondicionalmente verdadera. Y la contradicción no es verdadera con ninguna condición.
La tautología y la contradicción son vacías. (Como el punto del que parten dos flechas en direcciones opuestas). (Por ejemplo, nada sé acerca del tiempo si sé que llueve o no llueve.) (Traducción: J. N.)

[14] 5.534: *Und nun sehen wir, dass Scheinsätze wie:* "$a = a$", "$a = b \cdot b = c \supset a = c$", "$(x) \cdot x = x$", "$(Ex) \cdot x = a$", *etc. sich in einer richtigen Begriffsschrift gar nicht hinschreiben lassen.*

2.3 Las posteriores tesis de Wittgenstein sobre filosofía de la matemática (principalmente en *BGM*) son consecuencia constructiva de las críticas destructoras de *TLP*. En *TLP*, Wittgenstein ataca el centro de la empresa logicista; con ello, sienta las bases de su tesis central: la matemática no necesita de empresa fundacional alguna, sino que ha de desarrollarse operacionalmente, a través del cálculo. Todo lo demás es innecesario (superfluo, para Wittgenstein: *überflüssig*), un acto de intromisión filosófica en los dominios de la matemática.

Referencias

Bernays, P., "Comments on Wittgenstein's *Remarks on the Foundations of Mathematics*" en P. Benacerraf y H. Putnam (eds.): *Philosophy of Mathematics, Selected Readings*, 1964.

Bouveresse, J., *Le pays des possibles. Wittgenstein, les mathématiques et le monde réel*, 1988

Carnap, R., *The Logical Syntax of Language*, 1937.

Dummett, W., "Reckonings: Wittgenstein on Mathematics" (*Encounter*, 1978).

Fann, K. T., *Wittgenstein's Conception of Philosophy*, 1969.

Frege, G., *Die Grundlagen der Arithmetik*, 1884.

Pole, D., *The Later Philosophy of Wittgenstein*, 1969.

Quine, W. V. O., "On what there is" (*From a logical point of view*, 1953).

Ramsey, F. P., *The Foundations of Mathematics*, 1931.

Russell, B., *The Principles of Mathematics*, 1903.

——, "On denoting" (Mind, xiv, 1905)

——, *Introduction to Mathematical Philosophy*, 1919.

Shanker, S. G., *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*, 1987.

Waismann, F., *Ludwig Wittgenstein und der Wiener Kreis* (WWK), 1967.

Wittgenstein, L., *Tractatus Logico-Philosophicus* (*TLP*), 1922.

——, *Bemerkungen über die Grundlegung der Mathematik* (*BGM*), 1956.

——, *Philosophische Bemerkungen* (*PB*), 1964.

——, *Philosophische Grammatik* (*PG*), 1969.