Diánoia, vol. 3, no. 3, 1957

Mayz parece justa; a la luz de la ontología podría revelarse acertada, pero unilateral.

El libro que reseñamos constituye, más que una introducción, un comentario auténtico a las *Ideas*. Por su rigor y fidelidad resulta una guía segura en la difícil lectura de Husserl. Para nosotros, tiene, además, el valor de un síntoma: la filosofía latinoamericana empieza a abandonar el terreno de las improvisaciones fáciles para emprender un camino más arduo por generoso: el camino de la veracidad filosófica.

LUIS VILLORO

Les fondements logiques des mathématiques, por Evert W. Beth. Gauthier-Villars, Paris, 1955.

El problema de los fundamentos de las matemáticas constituye una de las preocupaciones actuales más conspicuas de los matemáticos, los lógicos y los filósofos de la ciencia. Por ello, un número muy considerable de los libros —y, sobre todo, de los artículos— que se publican sobre estas disciplinas, se refiere a los distintos temas implicados por este problema fundamental. Pero, justamente por el gran interés que despierta y por la mucha actividad que se realiza en torno suyo, es difícil encontrar una obra que presente con acierto el problema entero. Tal es, por cierto, uno de los méritos de este libro del eminente lógico y matemático holandés, profesor Beth. Se trata de una obra de conjunto en la cual se encuentra una amplia información acerca de las aportaciones más recientes y de los diversos enfoques, aunada con una construcción sistemática sólida —que incluye varios desarrollos originales— y con una exposición clara y precisa.

El punto de partida general lo constituye el examen de la teoría de las ciencias de Aristóteles, ya que todas las concepciones modernas del problema coinciden en oponerse, de algún modo, a dicha teoría. En seguida se presentan concisamente los elementos básicos del análisis matemático, comprendiendo las definiciones por abstracción, el sistema de los números enteros, las dos tendencias antagónicas a la diferenciación y a la generalización que caracterizan a las matemáticas contemporáneas, la extensión del análisis a los otros sistemas de números, el razonamiento y la definición por recurrencia, la teoría del número natural y las consecuencias de la aritmetización del análisis. Luego, viene la exposición de las funciones elementales de la lógica simbólica. La lectura atenta de estas cuestiones y la hechura de los ejercicios propuestos por el autor, permiten adquirir el adiestramiento técnico necesario para lograr una mejor comprensión de los temas que siguen.

En la teoría de la demostración se plantean algunos de los problemas primordiales de la matemática y de la lógica, como son la formación de las teorías deductivas contradictorias y de las no-contradictorias, la formalización axiomática de las teorías científicas, la independencia y la saturación de los sistemas de postulados, el problema de encontrar un procedimiento general para decidir si una expresión lógica constituye un teorema o no lo constituye, y las consecuencias matemáticas y filosóficas que implica la axiomatización de una teoría. El tratamiento de la sintaxis y de la semántica penetra en el conocimiento de las condiciones indispensables para el manejo riguroso de los símbolos lógicos, los resultados de la axiomatización de la sintaxis y de la aritmetización sintáctica, el análisis semántico de las teorías lógicas, las aplicaciones de la semántica a la metodología científica y la consideración del sistema de postulados de una teoría como una definición implícita de ella.

La interpretación de la existencia de las entidades matemáticas, que forma el meollo mismo de la consideración filosófica de sus fundamentos, es tratada ampliamente y con objetividad desde los puntos de vista del logicismo, de la teoría de los conjuntos y del intuicionismo. Respecto al logiscismo, se examinan críticamente sus empeños de definir las nociones matemáticas —incluyendo las consideradas como fundamentales e irreductibles— en términos puramente matemáticos y de demostrar las tesis matemáticas —incluso los postulados tenidos por irreductibles— partiendo de principios puramente lógicos y recurriendo a métodos exclusivamente lógicos también. Como lo señala Beth con acierto, la posibilidad de realizar estos propósitos del logicismo entraña ineludiblemente la aceptación de que las matemáticas no contienen ningún elementos empírico ni recurren a dato psicológico alguno, de que los símbolos tienen una significación bien determinada y de que las matemáticas puras se reducen, en último extremo, a un capítulo de la lógica. En cuanto a la teoría de los conjuntos —desarrollada originalmente como una teoría matemática del infinito resultante de la atomización del continuo— Beth indica su pretensión esencial de reducir la lógica a una simple derivación formal de las matemáticas. Analiza con detalle el desenvolvimiento de las nociones fundamentales de esta teoría: la colección de objetos, el número cardinal, las relaciones de orden, el número ordinal, los números transfinitos, la hipótesis del continuo, los conjuntos finitos y los intentos de axiomatización y de formalización de la teoría de los conjuntos. Mediante este análisis, muestra cómo las fronteras entre las tesis de la lógica y los teoremas de la teoría de los conjuntos se hacen cada vez menos precisas y, por lo tanto, señala la posibilidad remota de su conjugación futura.

Por su parte, el intuicionismo sostiene tesis bien distintas: 1) no es posible separar la investigación matemática de la consideración de las condiciones en que el matemático realiza su actividad; 2) las investigaciones en que se establece artificialmente esa separación, sólo se refieren a la apariencia externa de las matemáticas; 3) tampoco es posible aislar la indagación de los fundamentos de las matemáticas, de las condiciones en que se efectúa el trabajo matemático; 4) las matemáticas son independientes de la lógica, mientras que la lógica depende de las matemáticas; 5) los principios formales de la lógica —en particular el de no-contradicción y el de tercero excluído— únicamente tienen un cumplimiento limitado y relativo dentro de las matemáticas; 6) la axiomatización consiste simplemente en la creación de una construcción verbal que carece de interpretación matemática; y, 7) el logicismo representa el establecimiento de un lenguaje simbólico —que no pertenece a las matemáticas—, el cual sirve exclusivamente como utensilio imperfecto para entender y retener más fácilmente los conocimientos logrados por otros medios. A este esclarecimiento de las principales tesis intuicionistas, sigue la explicación de algunas complicaciones técnicas que dichas tesis producen en el tratamiento de ciertos problemas de aritmética y de geometría elementales.

Las antinomias o paradojas, que amenazan seriamente la solidez de los fundamentos formales de la lógica y de las matemáticas, son presentadas con precisión y discutidas con bastante amplitud. Se trata de las antinommia de Epiménides "el mentiroso", conocida desde la Antigüedad; de Burali-Forti sobre los números ordinales, formulada en 1897; del número cardinal más grande, encontrada por Cantor en 1899; de la contradicción en la definición de clases, expuesta por Russell en 1903; de la definición de números reales, hecha por Richard en 1905; de la imposibilidad de ordenar bien el continuo, descubierta por Zermelo y Koenig en 1905; de la denotación, presentada también por Russell en 1905; de la definición del número natural de Berry, publicada igualmente por Russell en 1906; de la aplicación del criterio de la heterología ofrecida por Grelling en 1908; el dilema del barbero, inventado por Russell en 1918; y la antinomia de los sistemas de axiomas, formulada por Skolem en 1923. Ahora bien, de acuerdo con los intuicionistas, la solución de estas antinomias se consigue sencillamente con el retorno del pensamiento matemático a su punto de partida natural y con la adaptación del lenguaje matemático a las exigencias del pensamiento matemático. Los sustentantes de la teoría de los conjuntos consideran que las paradojas desaparecen con la axiomatización de su teoría. Los logicistas sostienen que las antinomias se resuelven cuando se adoptan exclusivamente definiciones que cumplan con la condición de Pascal, de que siempre se pueda substituir lo definido por la definición y recíprocamente. En los hechos, los intuicionistas han encontrado la confirmación de su punto de vista sobre las antinomias; los partidarios de la teoría de los conjuntos no han podido hallar su eliminación definitiva; y los logicistas han descubierto la existencia de una incompatibilidad entre la exclusión absoluta de las definiciones que no cumplan con la condición de Pascal y la realización completa del programa mismo de la logística.

Como conclusión, Beth destaca la importancia que tiene la filosofía de las matemáticas para la filosofía general. En realidad, cada capítulo del libro contribuye a dicha conclusión y, a la vez, sirve enteramente como una introducción a una disciplina particular y ofrece la bibliografía básica para seguir adelante en el estudio. Sin duda, tanto el matemático, como el lógico y el filósofo tienen en esta obra un valioso material ya elaborado y sistematizado, con profundas sugestiones para efectuar investigaciones ulteriores.

ELI DE GORTARI

Operationism, por A. Cornelius Benjamin. Charles C. Thomas, Springfield, 1955.

En 1927, Percy W. Bridgman hizo la presentación del llamado "método operacional" u "operacionismo", en su discutido libro *The logic of modern physics.* Como consecuencia del impacto producido por la comprobación experimental de la teoría de la relatividad, un buen número de físicos y de filósofos preocupados por la ciencia dedicó su atención al examen y a la crítica de los métodos científicos, sobre todo en cuanto habían sido considerados como absolutos. Dentro de este propósito y como una tentativa para resolver el problema fue que Bridgman estableció el "operacionismo lógico". Su intención primordial consistió en formular un criterio epistemológico que sirviera para eliminar las nociones vagas o carentes de sentido, planteando la exigencia de que todos los conceptos científicos quedaran definidos en términos de operaciones empíricamente ejecutables.

Sin embargo, la precisión del enlace requerido entre las operaciones y el significado de los conceptos, ha sido ahora un problema imposible de resolver para los sustentantes del operacionismo. Acerca de esta cuestión —cuyo esclarecimiento es enteramente indispensable para la fundamentación de esta corriente— el propio Bridgman ha establecido, por lo menos, cuatro enfoques completamente distintos. En 1927, dice que "el concepto es sinónimo del correspondiente conjunto de operaciones" (*The logic of modern physics,* pág. 5). En 1934, considera simplemente que "el significado debe ser indagado... en las operaciones" ("A physicist's second reaction to mengenlehre", *Scrip. Math, 2;* pág. 103). En 1938, afirma que las operaciones constituyen sólo una condición "necesaria" pero "insuficiente" para la determinación de los significados conceptuales ("Operational analy-